

Nuova edizione ampliata

**QUIZZINI  
DELLA  
DOMENICA**

**ENIGMI SERI E POCO SERI**

**THURSDAY NIGHT**

**QUIZ**

**WITH BIG PETER**

Featuring

**'TAKE YOUR PICK'  
FOR BIG MONEY**

**MAURIZIO CODOGNO**



Versione 1.0 - 22 ottobre 2018

© 2012-2014, 2018 Maurizio ".mau." Codogno – Elettroedizioni  
Bipunto

Quest'opera è distribuita con [licenza Creative Commons  
Attribuzione – Non commerciale 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Potete insomma prenderla  
e ridistribuirla (senza farvi pagare) o anche prendere delle parti  
e riusarle nei vostri lavori: le uniche restrizioni sono che dovete  
dire che è mia e distribuire i vostri lavori derivati con la stessa  
licenza.

# Indice

## Introduzione

## I problemi

1. Sovrapposizione
2. Dammi due colori
3. Fiboprodotti
4. Calcolo... enigmatico
5. Divisori
6. La medaglia falsa
7. Esperimento scientifico
8. Alla ricerca del tempo guadagnato
9. Fisica dei liquidi
10. Divisibilità
11. Supermarket giovedì
12. Insonnia
13. Equa suddivisione
14. Triangoli
15. Quadrato più cubo
16. Pulizie di primavera
17. La lettera mancante
18. Lavori pubblici
19. Fiammiferi
20. Questione di altezze
21. Derivata
22. Osservazioni
23. Centro di gravità permanente
24. Fermat alla rovescia
25. Quadrati e radici quadrate
26. Potenze di cinque
27. Rosso e blu
28. Volta la carta
29. La generazione dei quadrati
30. Sequenza
31. Cassaforte

- [32. Lettura del pensiero](#)
- [33. Meccanica celeste](#)
- [34. Pecore geometriche](#)
- [35. Se telefonando](#)
- [36. Matrimoni](#)
- [37. Matto come un cappellaio](#)
- [38. Cifre in economia](#)
- [39. Dadi](#)
- [40. La lettera mancante](#)
- [41. Calamite](#)
- [42. Dissezione](#)
- [43. Niente primi](#)
- [44. Vecchi compagni di classe](#)
- [45. Biroulette russa](#)
- [46. Parquet](#)
- [47. Successione di vocali](#)
- [48. Trova il secondo](#)
- [49. Trisdekaifobia](#)
- [50. Mai più di due](#)
- [51. Didone](#)
- [52. A lume di candela](#)
- [53. One and one is two](#)
- [54. Quanti figli!](#)
- [55. Quadratura dell'ora](#)
- [56. E luce fu](#)
- [57. Pacchetti postali](#)
- [58. Permutazioni](#)
- [59. Somme](#)
- [60. Codice](#)
- [61. La moneta falsa](#)
- [62. Una bilancia taroccata](#)
- [63. Odometro](#)
- [64. Ordinamento](#)
- [65. Pari o dispari?](#)
- [66. Pallina bianca, pallina nera](#)
- [67. Strane divisioni](#)
- [68. Op-Art](#)

- [69. Sudoku circolare](#)
- [70. In triplice copia](#)
- [71. Cambio d'ora](#)
- [72. Critica letteraria](#)
- [73. Questione di ordine](#)
- [74. Uroboro](#)
- [75. Numeri suddivisi](#)
- [76. 2013 in somme](#)
- [77. Multipli di 2013](#)
- [78. Fattorizzazione](#)
- [79. Lettori compulsivi](#)
- [80. Contare sulle dita](#)
- [81. Corriggetemi!](#)
- [82. Ostilità](#)
- [83. Quadrati ordinati](#)
- [84. L'attacco delle regine](#)
- [85. Niente parallele](#)
- [86. Il troppo stropia](#)
- [87. Quadrare la lista](#)
- [88. Chi è?](#)
- [89. Numeri esotici](#)
- [90. Parole parole parole](#)
- [91. Pazzi vampiri](#)
- [92. Completa l'insieme](#)
- [93. La traversata del deserto](#)
- [94. Frutta di troppo](#)
- [95. Scale mobili](#)
- [96. Mattoni](#)
- [97. Ventiquattro](#)
- [98. Salti](#)
- [99. Dodici per dodici](#)
- [100. Ancora una successione](#)

[Fonti e ringraziamenti](#)

[Gli aiutini](#)

[Le risposte](#)

# Introduzione

A partire dal gennaio 2012 cominciai a postare (quasi) ogni domenica sul mio blog *Notiziole di .mau.* (<http://xmau.com/wp/notiziole>) un problemino che i miei lettori potevano provare a risolvere. L'anno precedente avevo pubblicato con Vallardi il mio primo libro, *Matematica in relax*; ma mentre in quel caso avevo il vincolo di avere problemi matematici che avessero una soluzione semplice anche se magari non intuitiva, in questo caso non c'era nessuna categoria particolare di problemi tra cui scegliere. Ho così potuto spaziare dai giochi matematici ai quiz di logica agli indovinelli "col trucco", quelli cioè per cui la soluzione non è necessariamente matematica ma potrebbe essere legata a un gioco di parole o a qualcosa di non esplicitato chiaramente nel testo, e che di cui ci si può accorgere con facilità solo a posteriori.

Arrivato all'estate, pensai che in fin dei conti avrei anche potuto raccogliere quei problemi e preparare un ebook per far sollazzare chi se ne va in vacanza col proprio lettore elettronico; uscì così la prima edizione dei *Quizzini della domenica*, con cinquanta problemi e un sistema rigorosamente manuale per inserire una dedica elettronica a chi apprezzava così tanto il risultato da offrirmi un caffè. Continuavo intanto a postare nuovi problemi: preparai così una bozza per un secondo ebook comprendente altri cinquanta problemi, che però non pubblicai mai perché preso da mille altri progetti.

Finalmente, mentre nel frattempo i problemi si sono accumulati e ormai ne ho postati più di trecento di tutti i tipi, ho trovato il tempo per raccogliere i primi cento problemi e metterli sotto forma di libro cartaceo, dopo averli rivisti; questa che avete nel vostro lettore è la versione elettronica corrispondente. Come avrete forse immaginato, l'ordine dei problemi – o per meglio

dire la loro difficoltà – è assolutamente casuale, visto che è dipeso da cosa mi è capitato per le mani... Ergo, non preoccupatevi se qualcuno dei quizzini vi sembra troppo astruso; magari quello successivo è di una banalità sconcertante.

Come per le altre mie raccolte, pochissimi tra i problemi sono stati creati da me: tutte le volte in cui sono riuscito a trovare una fonte l'ho però indicata. Seguendo la mia abitudine di non vessare troppo chi si trova in ambasce con un problema, ho aggiunto un aiutino che trovate scritto capovolto al fondo della pagina contenente il problema; le risposte si trovano invece in una sezione separata, ordinate in modo peculiare per evitare di leggere per sbaglio quella del problema successivo e perdersi il divertimento.

Il libro è libero, nel senso che potete scaricarlo e distribuirlo liberamente sotto la licenza CC-BY-NC 4.0 (non potete ridistribuirlo commercialmente e dovete dire che l'ho scritto io; per il resto, fate pure. In fin dei conti anch'io ho riciclato problemi). Però ho pensato che potrei anche diventarci ricco, e così ho inventato un nuovo concetto: il **payware**. A tutti coloro che mi daranno un euro (1,00€) fornirò loro una copia con dedica dell'ebook. La dedica è elettronica, nel senso che è un file PNG scritto dal sottoscritto con testo a vostro piacere e firma. Mi sa che mi costa di più fare questo lavoro – tutto a mano – di quello che ci guadagno, ma volete mettere la bella figura che ci faccio? A parte questa dedica elettronica il contenuto del file è assolutamente identico, perché non credo abbia molto senso inserire contenuti speciali in un'opera liberamente copiabile; l'unica cosa sensata è appunto personalizzare l'opera stessa, in modo che il fruitore abbia qualcosa di unico. La sconfitta della produzione di massa, insomma!

Per eventuali altre informazioni, mi trovate a [dotmaudot+q@gmail.com](mailto:dotmaudot+q@gmail.com) (sì, c'è anche il +q. I miei indirizzi email

sono differenti). Buon divertimento!

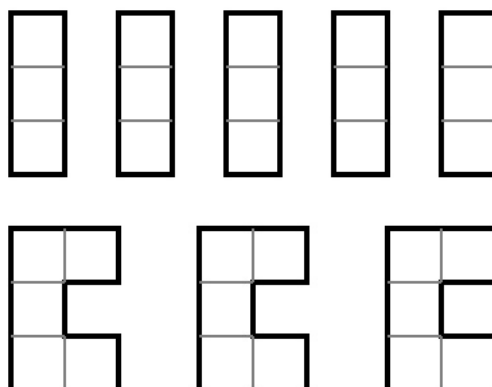
Milano, ottobre 2018

# I quizzini

## *1. Sovrapposizione*

Avete cinque triomini a forma di I e tre pentamini a forma di C, come vedete nella figura qui sotto. Ciascun gruppo è composto da quindici quadretti: costruite due figure, una con i triomini e una con i pentamini, che abbiano la stessa forma e quindi siano sovrapponibili. La figura risultante deve avere un'area di quindici quadretti.

Esiste una sola soluzione che pare essere particolarmente elusiva, nel senso che c'è chi la trova in cinque minuti e chi ci sta a pensare su per delle settimane.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 2. Dammi due colori

È possibile colorare tutti i punti del piano usando solo due colori, diciamo rosso e blu, in modo tale che non ci sia nessun triangolo equilatero coi vertici dello stesso colore? Se sì, scrivete una formula che assegni un colore a ogni punto; se no, dimostrate l'impossibilità.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 3. Fiboprodotti

Avete presente i numeri di Fibonacci? sono quelli per cui  $F_0=F_1=1$  e  $F_n=F_{n-2}+F_{n-1}$ . I primi numeri di Fibonacci sono dunque 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

Trovate una formula per calcolare dato  $n$  il valore della somma  $S(n) := F_0F_1 + F_1F_2 + F_2F_3 + F_3F_4 + \dots + F_{n-1}F_n + F_nF_{n+1}$ .

$$F_0F_1 + F_1F_2 + \dots \\ + F_{n-1}F_n + F_nF_{n+1}$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

#### 4. Calcolo... enigmatico

Riassemblate le sei strisce mostrate qui sotto per ottenere quattro operazioni corrette nelle righe orizzontali. Attenzione! le strisce sono state scritte in modo tale da poter anche venire ruotate di 180 gradi, perché sennò il gioco era troppo facile!

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | = | 2 | = | 8 |
| = | 2 | 1 | 1 | 8 | = |
| - | 6 | ÷ | 9 | 5 | 9 |
| + | 9 | 5 | 1 | 9 | × |

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***5. Divisori***

Prendete i dodici numeri da 110 a 121 e accoppiate a ciascuno di essi un numero da 1 a 12 (tutti diversi, naturalmente), in modo che ciascuno dei numeri associati sia un divisore di quello iniziale. Per fare un esempio, se poteste usare i numeri da 1 a 15 e doveste accoppiare un numero al 105, visto che  $105=3\times 5\times 7$  potreste associargli 1, 3, 5, 7 oppure  $15=3\times 5$ . Nel nostro caso, a 120 si può associare 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 oppure 12. La soluzione è unica.

$$121 = 11 \times 11$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***6. La medaglia falsa***

Per premiare i partecipanti alle Olimpiadi della matematica ci sono a disposizione una medaglia d'oro, tre di argento e cinque di bronzo. Purtroppo si è scoperto che qualcuno ha sostituito una delle medaglie con una fasulla, che pesa meno di quelle vere. Il vostro compito è scoprire qual è la medaglia fasulla. Attenzione: medaglie di metalli differenti hanno un peso differente, ma non c'è nessuna relazione tra i pesi relativi. Penserete mica che le medaglie siano davvero di oro, argento e bronzo?

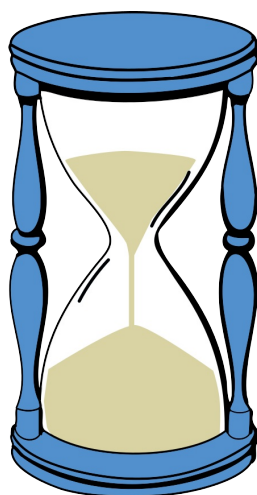


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***7. Esperimento scientifico***

Per ottenere due miseri crediti formativi in più, dovete fare una prova di laboratorio: far crescere una colonia di batteri per esattamente nove minuti. Però non vi è concesso di usare alcun cronometro, ma solamente due clessidre lì presenti, una che misura 7 minuti e l'altra 4. Il tempo per rovesciare una clessidra è trascurabile; naturalmente potete anche iniziare a far scendere la sabbia da una o entrambe le clessidre prima di mettere i batteri nella soluzione nutritiva, se pensate che la cosa vi risulti più semplice: quello che però dovete cercare di fare, per ottenere anche un terzo credito, è restare il minor tempo possibile dentro il laboratorio. In quanto tempo potete riuscirci?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***8. Alla ricerca del tempo guadagnato***

Tutte le sere alla stessa ora prendo la metropolitana per tornare a casa: scendo al livello dei binari, aspetto il treno, salgo, faccio le mie cinque fermate, scendo e risalgo verso casa. Ieri però il treno mi ha chiuso le porte proprio davanti, e ho dovuto prendere quello successivo, che per fortuna è passato dopo solo novanta secondi. Nonostante questo intoppo, sono arrivato a casa alla solita ora. Come è possibile? Ho camminato alla mia solita (lenta) velocità, il treno ha impiegato esattamente lo stesso tempo per fare il suo tragitto, e non ho trovato ostacoli come semafori rossi o grumi osmotici di persone; insomma, a parte il treno perso, tutte le altre condizioni al contorno sono state identiche.

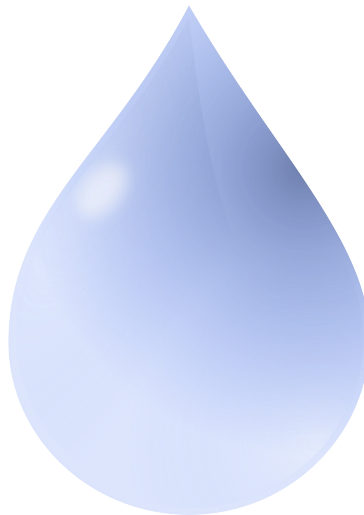


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***9. Fisica dei liquidi***

Come probabilmente sapete, la temperatura può essere vista come la misura di quanto le molecole di un liquido si muovono; maggiore è la temperatura, più movimento c'è. Tenuto conto di questo, secondo voi affonda più velocemente un sasso buttato nell'acqua a 40 gradi Fahrenheit oppure a 30?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***10. Divisibilità***

Dimostrate che dato un qualunque numero intero  $k$ , il prodotto di  $k$  interi consecutivi è divisibile per  $k!$ , dove il punto esclamativo indica il fattoriale e cioè il prodotto dei numeri da 1 a  $k$ . Per esempio, il prodotto degli 11 interi da 13 a 23 è divisibile per  $11!$ .

$$6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ \times 11 \times 12 / 7!$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***11. Supermarket giovedì***

Giovedì scorso sono andato al supermercato a fare la spesa. Avevo dimenticato a casa bancomat e carte di credito, e avevo con me esattamente cinquanta euro in contanti: così ho sommato attentamente i prezzi degli oggetti che mettevo sul carrello per non superare il mio budget.

Arrivato alla cassa tutto felice perché il totale della spesa era 49 euro e 90, mi sono accorto che non potevo pagarla. Come mai?

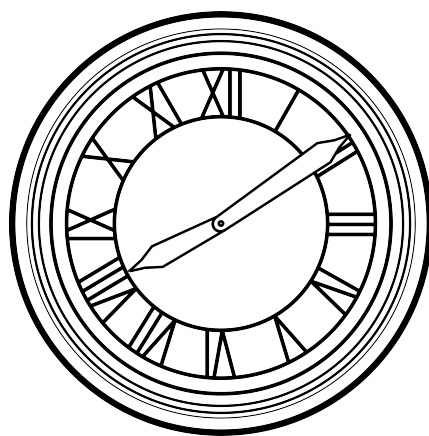


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***12. Insonnia***

Quest'estate, mentre ero in vacanza in un paesino sulle montagne svizzere, mi sono svegliato di colpo, e ho sentito un rintocco del campanile della vicina chiesa. Quell'orologio è sincronizzato via radio con Francoforte e perciò precisissimo; batte le ore, un rintocco ogni due secondi, e le mezz'ore. Era buio e non sapevo che ore fossero, ma non avevo voglia di accendere la luce, né riuscivo a riaddormentarmi. Dopo un po' – molto, molto più di due secondi! – ho sentito un singolo rintocco. Dopo altro tempo ho sentito un singolo rintocco, il terzo. Dopo un'ulteriore altra lunghissima pausa – no, non mi sono mai addormentato nel frattempo – ho udito un singolo rintocco, il quarto: al che ho concluso che l'orologio del campanile si era rotto. A che ora mi sono svegliato?

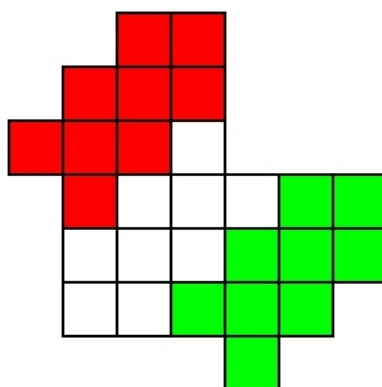


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***13. Equa suddivisione***

Come vedete, la figura disegnata qui sotto può essere suddivisa in tre parti uguali seguendo la quadrettatura. Esiste però una seconda possibile suddivisione, sempre seguendo la quadrettatura. Le tre parti possono essere ruotate, come nell'esempio, o anche rovesciate: quello che conta è che siano identiche. Riuscite a trovarla?

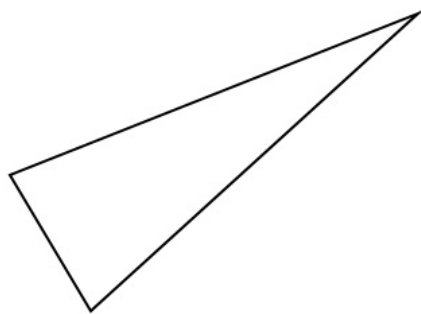


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***14. Triangoli***

Ho appena ricevuto un'email da un non meglio identificato indirizzo nigeriano che mi comunica che ho vinto in un concorso a premi un terreno triangolare di lati lunghi rispettivamente 24, 10 e 27 metri. Secondo voi, il triangolo è acutangolo, rettangolo, ottusangolo oppure gli spammatori non sanno neppure la geometria elementare? (Nota: il triangolo non è disegnato in scala)

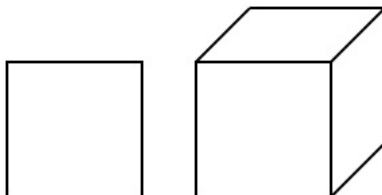


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***15. Quadrato più cubo***

Definiamo la classe “quadrato più cubo” come quella formata dai numeri che sono somma di un quadrato e un cubo. Il numero 1000 appartiene a questa classe, visto che può essere scritto come  $28^2 + 6^3$ . Qual è il più grande numero “quadrato più cubo” minore di 1000? e il più piccolo maggiore di 1000? I quadrati e i cubi devono essere di interi positivi, quindi non è ammesso usare lo zero.

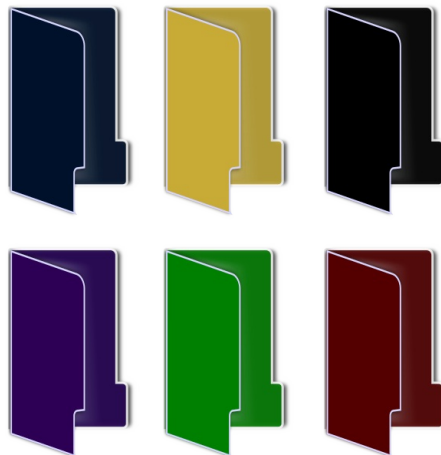


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***16. Pulizie di primavera***

Ho riordinato le cartelline con i miei documenti di ufficio, e mi sono accorto che se le sistemo in pile da dodici cartelline me ne avanzano cinque, mentre se le raggruppo in pile da nove me ne restano sette. Qual è il minimo numero di cartelline che posseggo?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***17. La lettera mancante***

Ho preparato questa tabella seguendo una regola ben precisa,

come sicuramente converrete dopo aver letto la risposta. Quale lettera deve essere sostituita al punto interrogativo per completarla?

|   |    |
|---|----|
| I | d  |
| P | m  |
| E | g  |
| A | ?? |

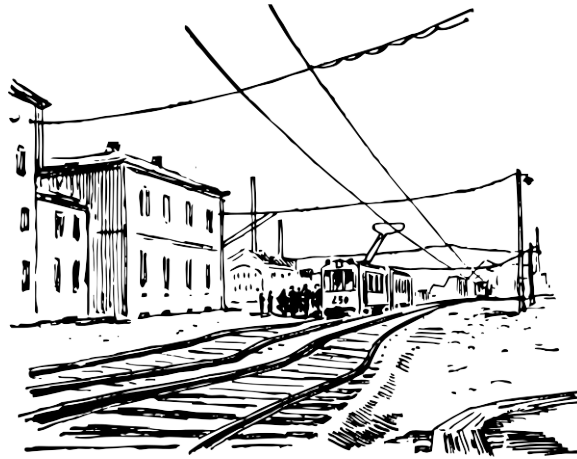
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***18. Lavori pubblici***

Una notte la Sirius Cybernetics Corporation piazzò un tratto di binario lungo esattamente un chilometro su un percorso ferroviario di un pianeta vicino a Betelgeuse, bloccandolo strettamente ai due estremi. Purtroppo i tecnici non hanno tenuto conto che in quel pianeta le temperature durante il giorno sono molto alte, e il metallo del binario si allungò di due metri, alzando le rotaie da terra. Riuscite a stimare di quanto si è alzato il binario nel suo punto più alto? Per evitare di dovere usare troppa analisi matematica, è sufficiente una risposta la

cui prima cifra sia corretta, come per esempio "5 millimetri" oppure "7 centimetri".



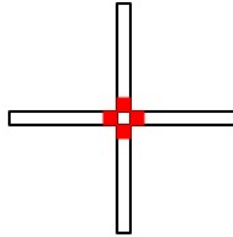
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***19. Fiammiferi***

Spostate un solo fiammifero nella configurazione mostrata qui sotto, e ottenete un quadrato.

(Nota: se guardate la figura, c'è già un quadrato, il buco centrale delimitato dai quattro fiammiferi: ma se spostate un fiammifero evidentemente quel quadrato non ci sarà più. Non è neppure ammessa la soluzione "faccio uno spostamento nullo", anche se un matematico dovrebbe considerarla valida; lo spostamento deve essere reale)

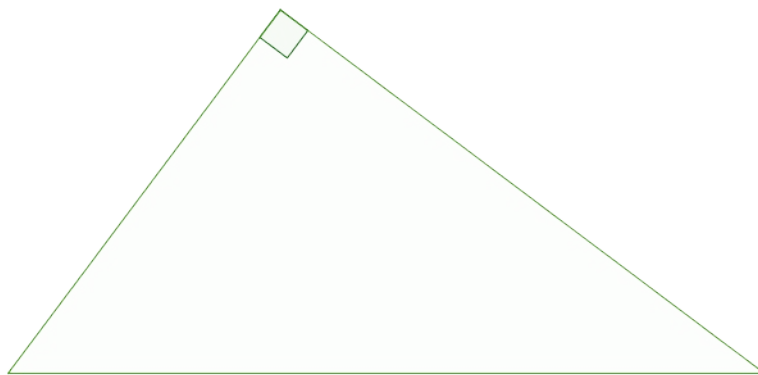


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***20. Questione di altezze***

Avete un triangolo rettangolo in cui il prodotto delle tre altezze è la metà del prodotto dei tre lati. Quanti gradi misura l'angolo più piccolo del triangolo? (Il disegno non è in scala.)



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 21. Derivata

Se avete fatto il liceo scientifico, saprete che la derivata di una funzione indica più o meno quanto cresce o decresce una funzione in ciascun suo punto; ad esempio la derivata di  $f(x)=x^2$  è  $f'(x)=2x$ . Cosa c'è allora che non va in questa dimostrazione, dove per comodità indico con  $D[]$  l'operazione di derivazione rispetto a quello che c'è tra le parentesi quadre e suppongo di calcolare la derivata per un valore intero positivo di  $x$  (altrimenti il primo passaggio non funziona)?

$$\begin{aligned} D[x^2] &= D[x + x + \dots + x] \text{ (x volte)} \\ &= D[x] + D[x] + \dots + D[x] \text{ (x volte)} \\ &= 1 + 1 + \dots + 1 \text{ (x volte)} = x \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx}$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 22. Osservazioni

Menelao guarda Elena, Elena guarda Paride. Menelao è sposato, Paride no. C'è una persona sposata che guarda una persona non sposata, sì o no? Oppure non è possibile dirlo con certezza?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***23. Centro di gravità permanente***

Supponete di avere una brocca vuota di forma qualsiasi, il cui centro di gravità si trovi più in alto del suo fondo. Iniziate ora a versarci dell'acqua; il centro di gravità della brocca si sposterà man mano, e ci sarà un momento in cui si troverà all'altezza minima possibile. Mostrate che tale centro di gravità si trova a quel punto sulla superficie dell'acqua.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 24. Fermat alla rovescia

Come sapete, nel 1994 Andrew Wiles ha finalmente dimostrato il cosiddetto "ultimo teorema di Fermat", che afferma che mentre per  $n=2$  ci sono infinite soluzioni intere positive all'equazione  $a^n + b^n = c^n$ , se  $n$  è maggiore o uguale a 3 non ce n'è nessuna. Naturalmente non vi chiedo di dimostrare *quel* teorema: però potreste cimentarvi con un "Fermat alla rovescia", proposto da Douglas Hofstadter in *Gödel, Escher, Bach*. Considerate l'equazione  $n^a + n^b = n^c$ : dimostrate che ha infinite soluzioni intere positive per  $n=2$ , e non ne ha nessuna quando  $n$  è maggiore o uguale a 3.

$$n^a + n^b = n^c$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 25. Quadrati e radici quadrate

Considerate i numeri della forma  $\text{round}(n+\sqrt{n})$ , con  $n$  intero positivo; in pratica, prendete un numero, sommategli la sua

radice quadrata e arrotondatelo all'intero più vicino. Se la parte decimale è minore di 0,5 si arrotonda per difetto, altrimenti per eccesso; questa operazione non può mai dare un risultato la cui parte decimale sia esattamente 0,5, come vi sarete certo accorti. Dimostrate che non si può mai ottenere un quadrato perfetto.

$$n + \sqrt{n}$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***26. Potenze di cinque***

Scrivete le prime potenze di 5 (25, 125, 625, 3125, 15625, 78125) con un'espressione numerica che usi le cifre del numero in un altro modo. Per farvi un esempio: se avessimo dovuto fare la stessa cosa con 64, avremmo potuto scrivere  $\sqrt{(4^6)}$ . Potete usare le quattro operazioni, l'elevazione a potenza, il fattoriale, il simbolo di radice ( $n$ -sima) e parentesi a profusione

$$5 - 25 - 125 - 625$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***27. Rosso e blu***

Supponiamo di colorare tutti i punti di una retta di rosso oppure di blu: lo si può fare in modo che non esistano due punti a distanza esattamente 1 dello stesso colore, come si vede nella figura qui sotto. Tutti i segmenti colorati sono di lunghezza 1; l'estremo sinistro fa parte del segmento ma quello destro no. Due punti all'interno di un segmento sono pertanto a distanza strettamente minore di 1, e due punti in segmenti distinti dello stesso colore sono a distanza strettamente maggiore di 1. Dimostrate che, passando dalla retta al piano, due soli colori non bastano per evitare di avere due punti dello stesso colore a distanza 1.



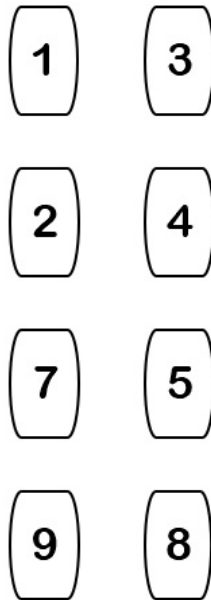
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***28. Volta la carta***

Avete davanti a voi due colonne di quattro carte, come mostrato nella figura qui sotto. Qual è il minimo numero di carte da spostare per fare in modo che la somma dei numeri di ogni

colonna sia la stessa?

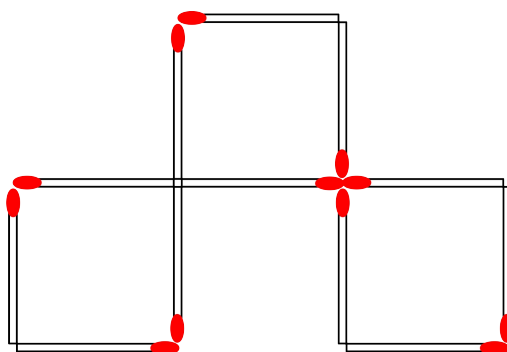


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***29. La generazione dei quadrati***

Se posizionate dodici fiammiferi come in figura ottenete tre quadrati. È possibile raddoppiare il numero di quadrati aggiungendo solo tre fiammiferi? I fiammiferi non si possono sovrapporre o spezzare, né è permesso spostare quelli già esistenti.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***30. Sequenza***

Come scrisse Wittgenstein, chiedere qual è il valore successivo in una sequenza numerica è una domanda senza senso, perché dato un qualsivoglia numero è sempre possibile inventarsi una regola ad hoc che dia come risultato proprio quel numero. Questa però è la teoria: nella pratica la risposta dovrebbe apparire naturale, almeno se i processi mentali del solutore sono sufficientemente simili a quelli del proponente.

Non so se questo sia il caso, ma potete provare a cimentarvi con la sequenza (infinita) creata da me e i cui primi termini sono qui sotto. Qual è il termine successivo?

13 – 92 – 78 – 12  
– 43 – 72 – 92 –  
18 – 76 – ??

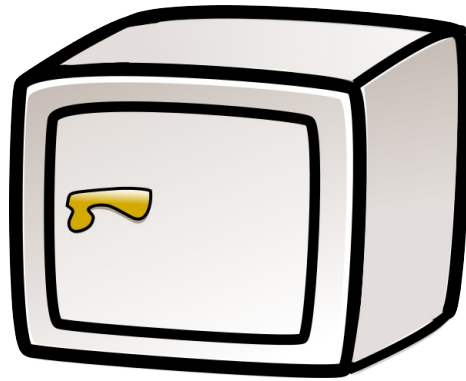
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***31. Cassaforte***

La mia cassaforte ha tre serrature; ogni serratura si apre con una chiave a forma di scheda. Le schede sono indistinguibili tra loro; se una scheda viene inserita nella chiave sbagliata la serratura si chiude, se viene inserita nella serratura corretta questa cambia stato (se era aperta diventa chiusa, se era chiusa diventa aperta). Io tengo le tre schede in tre tasche diverse, per distinguerle: esteriormente sono infatti identiche. Stamattina mio figlio Jacopo ha però preso le tre schede e le ha inserite a caso, non so quante volte, nelle serrature. Dopo che avrò finito di punire meritatamente il vandalo, riuscirò ad aprire la cassaforte?

Alcune precisazioni: Quando la cassaforte è chiusa, non posso sapere se alcune serrature sono aperte; so solo che non tutte le serrature sono aperte. Inoltre, perché il meccanismo di apertura di una qualunque serratura funzioni, tutte e tre le schede devono essere estratte e reinserite; quindi non posso estrarre e reinserire una singola scheda per cambiare lo stato aperto/chiuso di una singola serratura.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***32. Lettura del pensiero***

Alla cassa del negozio MediaUniverse oggi ci sono tre “offerte del giorno”: un ferro da stiro, una stampante e un pacchetto di app per l’iQuello. Le offerte sono tutte stoccate dietro le casse, quindi chi ne vuole acquistare una deve chiederla esplicitamente. Una cliente arriva con cinquanta euro e fa “vorrei l’offerta speciale”. Il cassiere le chiede “quale?”, la cliente risponde “la stampante”; il cassiere batte lo scontrino e le consegna la stampante. Dopo un paio di minuti si presenta un altro tipo, sempre con cinquanta euro, e fa “vorrei l’offerta speciale”. Il cassiere, senza fare alcuna domanda, gli consegna il ferro da stiro. Come faceva a sapere che il cliente voleva proprio il ferro da stiro? Nessuno dei clienti aveva comprato altre cose, né il commesso aveva mai visto i clienti.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***33. Meccanica celeste***

Supponete di avere un sistema con due stelle in orbita stabile tra di loro. A un tratto arriva dallo spazio profondo una terza stella. Ci sono varie possibilità: che il nuovo intruso prenda il posto di una delle due stelle originarie espellendo dall'orbita l'altra; o magari tutte e tre le stelle andranno ciascuna per la propria strada, o ancora che l'intruso, dopo aver fatto un po' di giravolte gravitazionali, se ne vada via lasciando intatto il sistema originale. Però possiamo essere certi che non può capitare l'effetto "aggiungi un posto a tavola", cioè ottenere un sistema stabile con tutte e tre le stelle. Riuscite a dimostrarlo?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***34. Pecore geometriche***

Quando Gesù raccontò la parabola della pecorella smarrita, in realtà aveva semplificato un po' le cose. Il pastore non era infatti andato alla ricerca di una singola pecorella smarrita, ma di ben quattro, che fortunatamente erano molto amiche tra loro e hanno formato un gruppo compatto. Quando alla fine le ritrova, si accorge con stupore che ciascuna di esse è alla stessa distanza da tutte e tre le altre. Com'è possibile?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

---

### ***35. Se telefonando***

Secondo voi quale numero completa la successione mostrata qui sotto, e qual è la regola che ho usato per crearla?

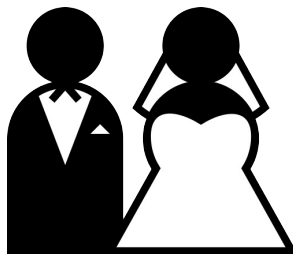
**4-8-9-5-2-3-?**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***36. Matrimoni***

Gianluca e Gianmarco sono fratelli. Gianluca ha sposato Elena, e Gianmarco ha sposato Elisa. Però la cosa strana è che mentre Gianluca ed Elisa festeggiano l'anniversario di matrimonio lo stesso giorno, Gianmarco festeggia il suo un mese prima ed Elena un mese dopo. Com'è possibile? Sappiate che nessuno di loro ha divorziato.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***37. Matto come un cappellaio***

Raymond Smullyan, nel suo libro *Alice in Puzzle-land*, propone un problema con protagonisti la Lepre Marzolina e il Cappellaio Matto. Uno di loro (non si sa quale dei due) è nato nel 1842, l'altro o nel 1843 o nel 1844. Inoltre sappiamo che la Lepre Marzolina è nata nel mese di marzo (mannò!). Un giorno di gennaio, a mezzogiorno in punto, i due sincronizzano i loro orologi, che non sono molto precisi: quello del Cappellaio anticipa infatti di dieci secondi all'ora, quello della Lepre ritarda di dieci secondi l'ora. "Pensa", dice il Cappellaio, "i nostri orologi segneranno la stessa ora per la prima volta il giorno del tuo ventunesimo compleanno!" Chi è il più vecchio tra i due amici?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***38. Cifre in economia***

Scrivete in ordine i numeri da 1 a 60 uno a fianco all'altro:

1 2 3 4 5 6 ... 57 58 59 60

Cancellate ora 100 cifre in modo che il numero che si ottiene compattando le cifre rimaste senza spostarle sia il maggiore possibile.

**12345678**  
**9101112...**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***39. Dadi***

Un grosso dado (standard, quindi con i numeri che ci si può aspettare) è posato su un tavolo. Cesare vede tre facce: quella in alto e due laterali. Anche Calpurnia, davanti a Cesare, vede tre facce: le due laterali che Cesare non vede e quella in alto. La somma dei tre numeri visti da Cesare è 14, quella dei numeri visti da Calpurnia è 10. Qual è il numero sulla faccia nascosta del dado?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

#### ***40. La lettera mancante***

Quale sarà la lettera successiva nella successione qui sotto?

**QSLLSNSQ**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

#### ***41. Calamite***

Un gioco dei miei bimbi è la pesca magnetica. Ci sono venti

figurine di pesci con un pezzetto di ferro al loro centro e vari punteggi, e quattro canne da pesca con un magnete all'estremità della lenza. Ogni giocatore pesca con la canna un pesce, e chi ottiene più punti vince. A me più del gioco interessavano le canne: per come sono costruite, appariva solo un lato del magnete, e quindi poteva darsi che due canne si attraessero oppure si respingessero a seconda che la polarità del lato del magnete fosse positiva o negativa.

Immaginate che il produttore abbia posizionato i magneti a caso; quindi, data una canna, la probabilità che il magnete mostri il polo positivo sia il 50%. Il vostro scopo è attrarre le canne a due a due, scegliendo opportunamente le coppie. La probabilità di riuscirci è maggiore, uguale o minore del 50%?



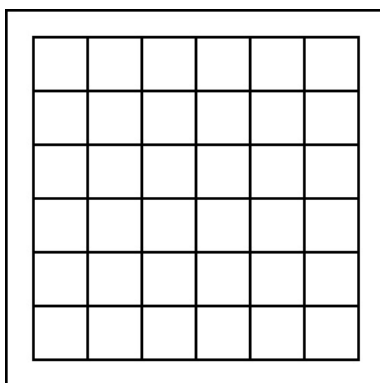
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***42. Dissezione***

Dividete il quadrato  $6 \times 6$  mostrato qui sotto in nove parti, con i seguenti vincoli:

1. Le parti devono avere la stessa area.
2. Le parti devono essere dei poligoni (non necessariamente regolari), con i vertici corrispondenti ai vertici della quadrettatura.
3. Tutte le parti devono essere diverse (rotazioni e riflessioni vengono considerate identiche al pezzo originale).
4. Ciascuna parte deve avere al più quattro lati.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***Niente primi***

Un numero primo, come sapete, è un numero maggiore di 1 che ha come unici divisori possibili 1 e sé stesso. Qual è il più piccolo numero intero tale che modificando una qualunque delle sue cifre non si ottiene mai un numero primo?

**2, 3, 5, 7, ...**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***44. Vecchi compagni di classe***

Tre amici si ritrovano per il trentennale della loro maturità, e chiacchierano tra loro. Il primo dice: "Ciascuno di noi ha un figlio, ma a nessuno di loro piace Douglas Adams come a noi! Peccato, perché quest'anno la somma delle loro età è proprio 42 anni". Il secondo replica: "In effetti sì, anche se i vostri due hanno la stessa età, che è diversa da quella del mio." Il terzo commenta: "Come passa il tempo! Dieci anni fa la somma delle età dei nostri figli era solo 16 anni..."



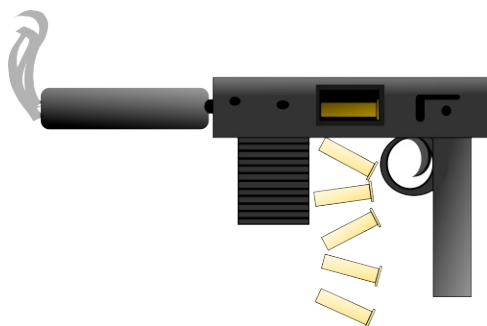
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***45. Biroulette russa***

Abbiamo due pistole giocattolo e dodici bambini. A turno, ciascuno di loro spara un colpo con una pistola a sua scelta; l'ordine dei tentativi è sorteggiato preventivamente. Se la pistola fa clic, non succede nulla; se esce fuori una bandierina con su scritto "BANG!", il fortunato bambino vince una tavoletta

di cioccolato. Immaginando che i bambini scelgano la strategia migliore e quindi scelgano la pistola con le maggiori probabilità di sparare la bandierina, chi sarà quello con la maggior possibilità di vincere? E il più sfortunato?

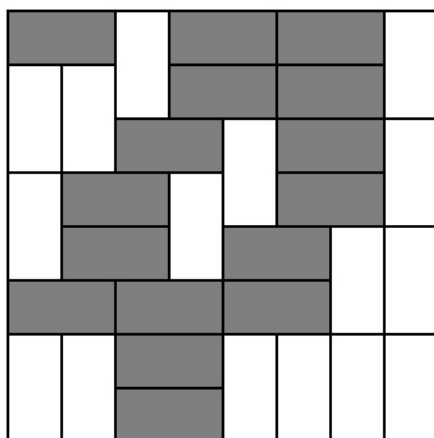


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***46. Parquet***

Avete un bellissimo pavimento quadrato di lato  $n \times n$  che volete tassellare con listelli di parquet di dimensioni  $1 \times 2$ , con l'ulteriore regola che i listelli orizzontali devono essere lo stesso numero di quelli verticali, il tutto ovviamente senza tagliare alcun listello. Qui sotto vedete una soluzione per  $n=8$ . Per quali valori di  $n$  è possibile una tassellazione di questo tipo?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***47. Successione di vocali***

Con quale vocale prosegue la successione (infinita) il cui inizio è mostrato qui sotto?

**OOEEOEI...**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***48. Trova il secondo***

Il torneo di tennis (singolare maschile) di Wimbledon prevede che gareggino 128 tennisti, in turni a eliminazione diretta: al primo turno ci sono 64 partite, al secondo 32 e così via. Non vi chiedo quante partite si facciano per trovare il vincitore, questo problema è vecchissimo; vi chiedo invece quante ulteriori partite occorrerebbero per stabilire chi è il secondo più bravo, che non è necessariamente chi ha perso in finale, come ben sa chi si lamenta per aver dovuto incontrare il campione al primo turno... Supponete che se A ha battuto B e B ha battuto C, allora A è più forte di C (oltre che A è più forte di B e B più forte di C).



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***49. Triscaidecafobia***

Qual è l'ultima cifra del prodotto dei primi 13 numeri primi dispari, quelli da 3 a 43?

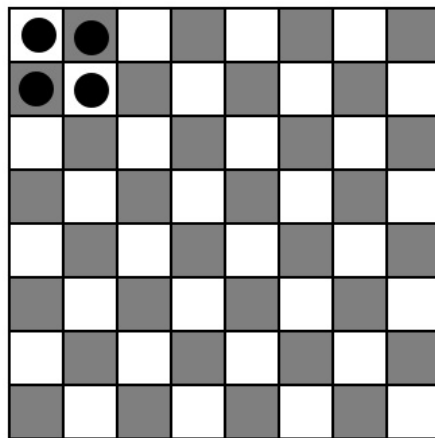
$$43 \times 41 \times 37 \\ \times 31 \times \dots \times 3$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### *50. Mai più di due*

Avete tra le mani una scacchiera  $n \times n$  (con  $n$  maggiore o uguale a 3) e  $2n$  pedine. Mettetele sulla scacchiera in modo che nessuna casella abbia più di una pedina e nessuna riga, colonna e diagonale contenga più di due pedine.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***51. Didone***

Nell'Eneide si racconta che Didone ottenne dal re Iarba il permesso di stabilirsi nella costa nordafricana, prendendo tanto terreno "quanto ne poteva contenere una pelle di bue". Didone tagliò la pelle in striscioline, le legò a una a una e poté così racchiudere così un'area piuttosto grande, quella su cui nacque Cartagine.

Voi non avete a disposizione una pelle di bue, ma alcuni pezzi di staccionata: uno lungo 44 metri e 48 lunghi un metro ciascuno. Questi pezzi sono rigidi, quindi non possono essere tagliati o piegati ma solo incernierati l'uno con l'altro; come Didone, dovete cercare di racchiudere l'area maggiore possibile, costruendo un poligono. La prima soluzione che viene in mente è quella mostrata qui sotto (non in scala): un rettangolo di lati 44 e 2, che racchiude quindi un'area di 88 metri quadrati. Ma si può fare di meglio. Cosa proponete?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***52. A lume di candela***

L'economia sovietica era rigidamente pianificata, come forse ricordate, e tutti avevano un lavoro, foss'anche solo gestire le code alle scale mobili dei grandi magazzini. Ciò detto, spesso mancavano le cose essenziali, e bisognava mettersi d'ingegno per trovare una soluzione alternativa. Per esempio, c'erano solo due tipi di candele a disposizione: una piccola che bruciava in undici minuti e costava 11 copechi, e una grande che bruciava in un'ora esatta e costava 60 copechi (il concetto di "sconto quantità" era evidentemente ignoto). Qual era il costo minore possibile per misurare un minuto di tempo? Non è permesso misurare la lunghezza di una candela per stimare il tempo trascorso; bisogna insomma far sì che al minuto  $x$  una candela  $C1$  si estingua e al minuto  $x+1$  un'altra candela  $C2$  si estingua.



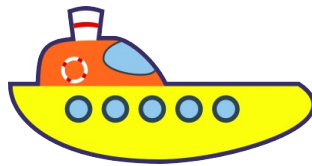
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***53. One and One is Two***

Io sono un convinto beatlesiano: per i curiosi, quella del titolo è una canzone che i Beatles hanno composto nel 1963 e non hanno mai pubblicato ufficialmente. Un mio amico mi ha detto che il suo povero zio, morto molti anni fa, amava raccontargli

una triste storia a proposito del concerto milanese dei Fab Four al Vigorelli e del perché lui non riuscì ad andarci. Sapendo che l'età dello zio del mio amico alla sua morte era esattamente un trentaquattresimo del suo anno di nascita, sapreste dirmi quanti anni aveva nel 1965, l'anno di quel concerto?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***54. Quanti figli!***

In un articolo apparso il secolo scorso sul bollettino parrocchiale di Villar Perosa, si racconta che il senatore Giovanni Agnelli in persona premiò una coppia di contadini che avevano nove figli per una curiosa proprietà aritmetica. Tutti i figli erano infatti nati allo stesso numero di anni di distanza l'uno dal successivo; ma soprattutto la somma dei quadrati delle loro età in quell'anno era pari al quadrato dell'età del contadino (mentre la somma degli anni dei figli era uguale al triplo degli anni della moglie: ma di questo l'anonimo estensore dell'articolo non se n'era accorto). Quali erano queste età?

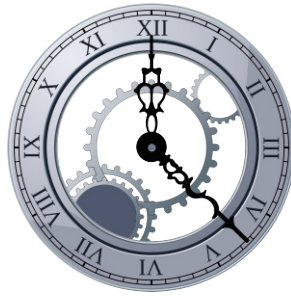


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***55. Quadratura dell'ora***

Immaginate di avere un orologio e di misurare la distanza percorsa da entrambe le lancette in minuti, a partire da XII: come dovrebbe essere chiaro, i valori possibili vanno da 0 a 60. Sapete dire quando i due valori saranno uno il quadrato dell'altro? Immaginate l'orologio si muova uniformemente ogni secondo, quindi a mezzogiorno e un minuto il valore misurato della lancetta dei minuti sarà 1 mentre la lancetta delle ore misurerà  $1/12$ ; alle 3:12 il valore misurato dalla lancetta delle ore è 16, mentre quella dei minuti misura evidentemente 12.

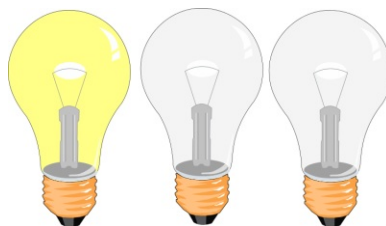


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***56. E luce fu***

Nella soffitta della casa di mia nonna ci sono tre lampadine a incandescenza, ancora perfettamente funzionanti. Al piano terreno ci sono tre interruttori: mia nonna mi ha spiegato che a ciascun interruttore corrisponde una lampadina, ma non si ricorda a quale lampadina è associato ciascun interruttore. In questo momento sono al piano terreno, e so che tutte le lampadine sono spente. Come posso associare le lampadine agli interruttori facendo solo una visita alla soffitta?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***57. Pacchetti postali***

Ieri mattina sono andato alla posta per spedire una barretta di titanio lunga 50 centimetri. L'impiegato mi ha guardato e mi ha detto "Niente da fare: i regolamenti permettono di spedire solo pacchi di dimensione massima 30 centimetri". Al mio ribattere "Ma è così stretta, praticamente un segmento!" la risposta è stata "I regolamenti sono regolamenti. Se vuole, la pieghi a metà". Come se fosse possibile...

Stamattina sono tornato all'ufficio postale con la mia barretta impacchettata, ho sfoderato il mio miglior sorriso e ho consegnato un pacchetto con la mia barretta all'impiegato, commentando soavemente "Ha proprio ragione, i regolamenti sono regolamenti. Mi spedisca questo pacco, grazie." Cosa ho fatto?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 58. Permutazioni

Ci sono 24 modi per disporre i numeri da 1 a 4: 1234, 1243, 1342 e così via. Riempite tre quadrati  $4 \times 4$  in modo che le 12 righe e le 12 colonne contengano tutte e 24 queste disposizioni.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## 59. Somme

Ci sono due numeri  $M$  e  $N$ ; per ciascuno di essi la somma delle cifre che li compongono è pari a 2012. Qual è al minimo la somma delle cifre che compongono il numero  $M+N$ ? E se invece di due numeri se ne ha uno solo  $N$ , qual è al minimo la somma delle cifre di  $2N$ ?

**M N M+N**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***60. Codice***

Completate questo insieme con una lettera e un numero (e una spiegazione sufficientemente logica del perché avete scelto quella lettera e quel numero.)

**A2 - F1 - G2 - L1 -  
M2 - N1 - O1 - S1**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***61. La moneta falsa***

Avete 42 monete, tutte apparentemente simili tra loro: però

una di esse è falsa, e ha un peso diverso dalle altre. Avete inoltre una bilancia a due piatti. Non dovete scoprire qual è la moneta falsa: tanto riuscite a sbolognarla lo stesso a qualche altro tapino. Dovete semplicemente dire se è più pesante o più leggera. Quante pesate vi servono come minimo? E se le monete fossero state 41?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***62. Una bilancia taroccata***

Abbiamo a disposizione un sacco di farina da dieci chili, due pesi da un chilo e una bilancia a due piatti. La bilancia è però taroccata: il peso da un lato segna il 10% in più di quello dall'altro (insomma, se da un lato si mette un chilo dall'altro occorrono 1100 grammi per equilibrarla). Come è possibile pesare due chilogrammi di farina con un errore massimo dell'1%?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***63. Odometro***

Il contachilometri digitale della mia macchina è appena passato da 099999,9 a 100000,0. Come vedete, segna anche gli ettometri. Qual è il numero totale di cifre 1 che è apparso sul cruscotto dal chilometro zero?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***64. Ordinamento***

Ho disposto le cifre da 1 a 9 in un ordine ben preciso, mostrato qui sotto. Riuscite a scoprirlo? Per i curiosi, se volessi aggiungere lo 0 lo inserirei tra il 9 e il 3.

4 - 5 - 2 - 7 - 6  
- 9 - 3 - 1 - 8

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***65. Pari o dispari?***

Se abbiamo un insieme di quarantun oggetti e consideriamo tutti i possibili sottoinsiemi – compreso quello che di oggetti non ne ha e quello con tutti e 41 gli oggetti – è facile vedere che i sottoinsiemi con un numero dispari di oggetti sono tanti quanti quelli con un numero pari di oggetti: basta considerare tutte le coppie dove da un lato c'è un certo numero di oggetti e dall'altro quelli rimasti da parte. Per definizione abbiamo accoppiato tutti gli oggetti, e in ogni coppia c'è un insieme con un numero pari di oggetti e uno con un numero dispari. Purtroppo se gli oggetti di partenza sono 42 questo trucchetto non funziona. Secondo voi ci sono più sottoinsiemi con un numero pari o dispari di oggetti, possibilmente senza controllare tutti e 4398046511104 questi sottoinsiemi?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***66. Pallina bianca, pallina nera***

Questo quesito è stato proposto da Lewis Carroll. Ho un sacchetto nel quale c'è una pallina, che è stata scelta a caso tra una bianca e una nera. Aggiungo una pallina bianca nel sacchetto, che ora contiene due palline, e ne estraggo una a caso. Se la pallina estratta è bianca, qual è la probabilità che quella rimasta nel sacchetto sia anch'essa bianca?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

---

## ***67. Strane divisioni***

Trovate un modo per dimostrare come la metà di dodici sia sette.

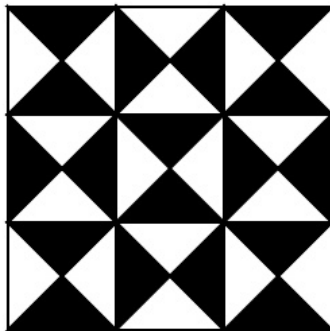
$$12/2=7$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***68. Op-Art***

Questa simpatica figura contiene al suo interno molti quadrati e ancora più triangoli. Riuscite a contarli tutti?

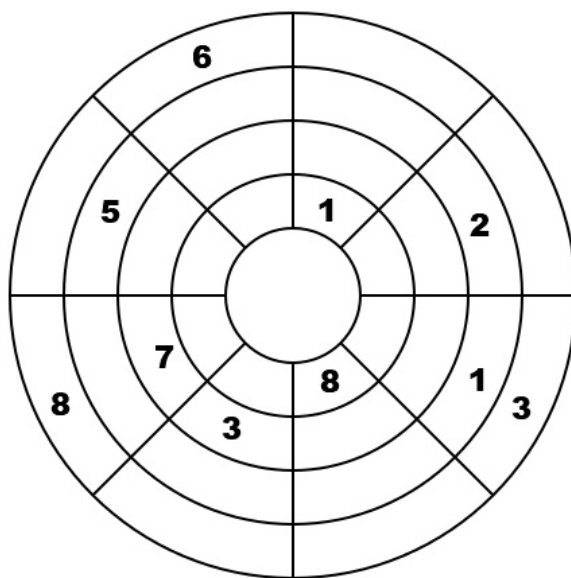


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***69. Sudoku circolare***

Le regole del sudoku le conoscete tutti, immagino: c'è una griglia  $9 \times 9$  da completare mettendo in ogni casella una delle cifre da 1 a 9, con il vincolo che in ciascuna riga, ciascuna colonna e ciascun quadrato  $3 \times 3$  siano presenti tutte le cifre. Ma vorrete mica essere sempre così squadrati! Provate a riempire il bersaglio mostrato qui sotto con le cifre da 1 a 8, con la regola che ciascuna corona circolare e tutti e otto i settori da un quarto di cerchio contengano tutte cifre diverse.

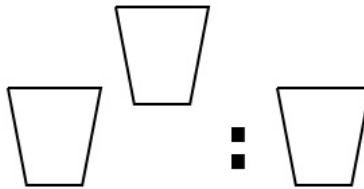


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***70. In triplice copia***

In quanti modi diversi riuscite a ottenere il numero 30 usando tre numeri identici? Sono ammessi i segni usuali delle quattro operazioni, l'elevamento a potenza, l'estrazione di radice e il fattoriale.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***71. Cambio d'ora***

Immaginate di avere una sveglia dove i numeri sono formati da segmenti come quelli del LED, ma che usa l'e-ink. L'inchiostro elettronico ha una proprietà curiosa: non consuma elettricità per mostrare un testo, ma solo per modificarlo, cioè passare da acceso a spento o viceversa. Qual è il momento in cui occorrerà maggior corrente per passare da un minuto a quello successivo?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***72. Critica letteraria***

Ho chiesto al mio amico Aldo Spinelli se mi scriveva una recensione in due righe di Alice nel paese delle meraviglie, e lui è arrivato con il testo seguente:

Hai nelle carte le sentenze fatidiche.  
Lei, con il peso dell'umore, vigila.

Ho commentato che non mi pareva molto aderente al testo, al che lui mi ha zittito facendomi vedere che invece aveva davvero a che fare col libro, in un senso ben preciso. Riuscite a scoprire quale?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***73. Questione di ordine***

Siete capaci di ottenere 100 facendo una somma e usando le cifre da 1 a 7 in quest'ordine preciso?

**1 2 3 4 5 6 7**

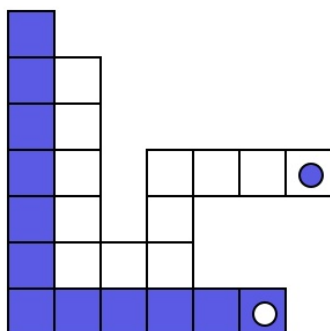
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***74. Uroboro***

Avete a disposizione un foglio quadrettato infinito... vabbè, diciamo grande a piacere, se proprio siete dei maniaci del finitismo. Il vostro scopo è di colorare completamente il foglio con un gruppo di "serpenti". Un serpente è una fila di quadretti, ciascuno – tranne il primo, per ovvie ragioni! – che tocca con un lato altri due quadretti. Non è consentito al serpente toccare sé stesso in altri punti: altrimenti non ci vorrebbe molto a impacchettarlo ben bene... Però bastano comunque solo due

serpenti per riempire il piano. Riuscite a incastrarli?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***75. Numeri suddivisi***

Scrivete le cifre da 1 a 9 nelle caselle qui sotto, in modo che ciascun numero della riga superiore sia pari alla somma dei due immediatamente al di sotto di esso.

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***76. 2013 in somme***

È facile ottenere 2013 come somma di interi positivi consecutivi: anche tralasciando la soluzione che prevede la “somma” del singolo elemento 2013, si possono sommare i due numeri  $1006+1007$ . Ci sono altre soluzioni possibili? E se si accetta che nella somma ci siano anche numeri interi negativi, quante sono in tutto le soluzioni possibili?

$$1006+1007$$

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***77. Multipli di 2013***

Se moltiplichiamo tra di loro 2013 numeri interi positivi consecutivi, sicuramente il prodotto – oltre che essere molto grande – è un multiplo di 2013. Se però volessimo tirare al risparmio, qual è il minimo numero  $N$  tale che se moltiplichiamo tra di loro  $N$  interi positivi consecutivi siamo certi di ottenere un multiplo di 2013?

# 2013!

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

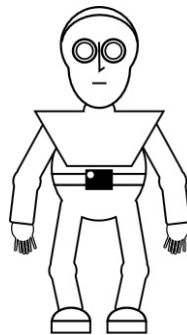
## ***78. Fattorizzazione***

A scuola, il piccolo Qwfwq alza la mano.

– “Lo so! lo so! Gli unici fattori primi distinti di 2013 sono 3 e 11!”

– “Bravo, Qwfwq: la risposta è corretta, visto che vi ho insegnato che 1 non è considerato un numero primo.”

Come è possibile? Non vale dire “sono tutti impazziti”. La risposta deve essere matematicamente valida.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***79. Lettori compulsivi***

Il libro che sto leggendo ha tutte le sue pagine numerate, naturalmente a partire da 1 e consecutivamente; non ci sono pagine con cifre romane, e anche l'ultima pagina ha il suo bel numero. Contando le cifre presenti in tutti i numeri di pagina, si arriva a 2013. Quante pagine ha il libro?

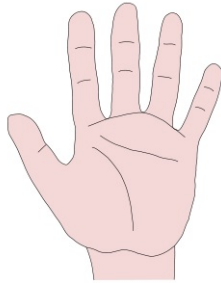


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***80. Contare sulle dita***

Mia figlia Cecilia sta imparando a contare sulle dita. Solo che ha un metodo particolare: usa il pollice e conta sulle falangi delle altre dita. Sale sul mignolo, contando 1, 2, 3; scende sull'anulare, 4, 5, 6; sale sul medio, 7, 8, 9; scende sull'indice, 10, 11, 12. A questo punto torna indietro, risalendo sull'indice, e contando 13, 14; scendendo sul medio, 15, 16, 17; salendo sull'anulare, 18, 19, 20, e scendendo sul mignolo, 21, 22, 23. Come avrete intuito, poi torna a salire, contando 24, 25... Se sarà abbastanza paziente da arrivare a 2013, e soprattutto non si sbaglierà, dove si fermerà?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***81. Corrigetemi***

Spostate un solo fiammifero in questa uguaglianza con numeri latini e ottenete un'espressione corretta.

$$V - IV = VII$$

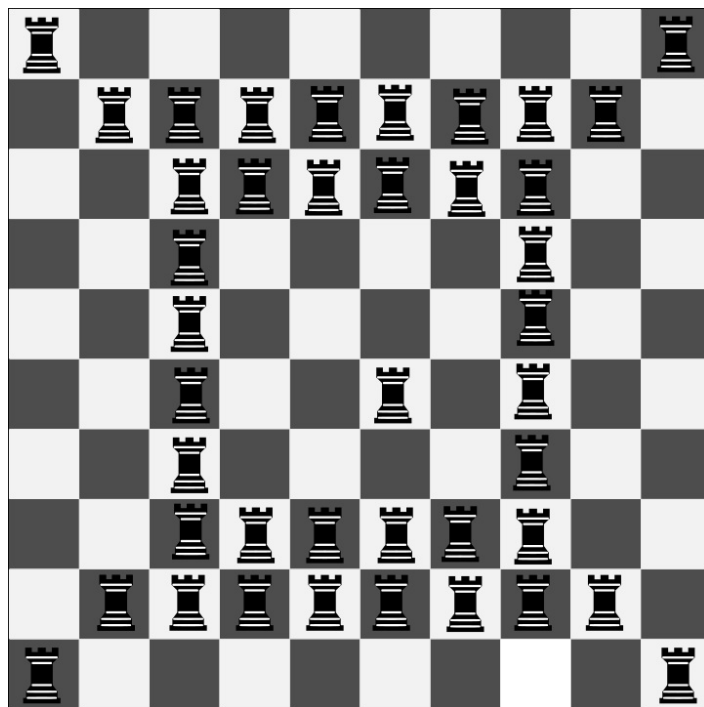
[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***82. Ostilità***

Su una scacchiera 10×10 sono disposte 41 torri. Dimostrate che

ce ne sono almeno cinque, ciascuna delle quali non attacca nessuna delle altre quattro.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***83. Quadrati ordinati***

I numeri che vedete nella successione qui sotto sono tutti quadrati perfetti; la successione è infinita e contiene tutti i quadrati. Riuscite a scoprire in che specifico ordine sono stati scelti, e dire qual è il successivo?

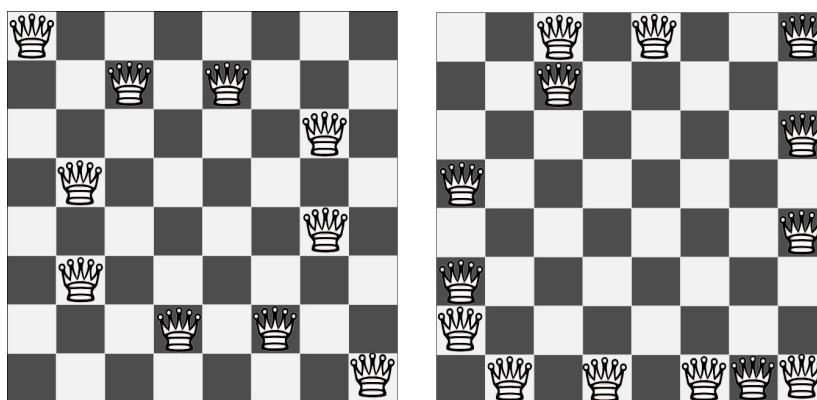
1 - 9 - 16 - 4 - 36 - 25 -  
121 - 196 - 64 - 169 - ?

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***84. L'attacco delle regine***

Nel 1975 Scott Kim immaginò un'estensione del problema delle otto regine. Nel problema originario occorre posizionare otto regine in una normale scacchiera  $8 \times 8$  in modo che nessuna sia sotto attacco: una regina può muoversi in orizzontale, verticale e diagonale per un qualunque numero di caselle. Bene, si è chiesto Kim, in quegli schemi ogni regina ne attacca altre zero. Qual è il numero massimo di regine che possono essere posizionate sulla scacchiera in modo che ciascuna ne attacchi esattamente  $n$ ? Nella figura sono mostrate le soluzioni per  $n=1$ , con 10 regine, e  $n=2$ , con 14 regine. Siete capaci a trovare una soluzione con 16 regine ciascuna delle quali ne attacca altre tre, e con 20 regine ciascuna delle quali ne attacca altre quattro? (non sono le soluzioni ottimali, ma hanno il vantaggio di essere simmetriche e quindi più facili da trovare)

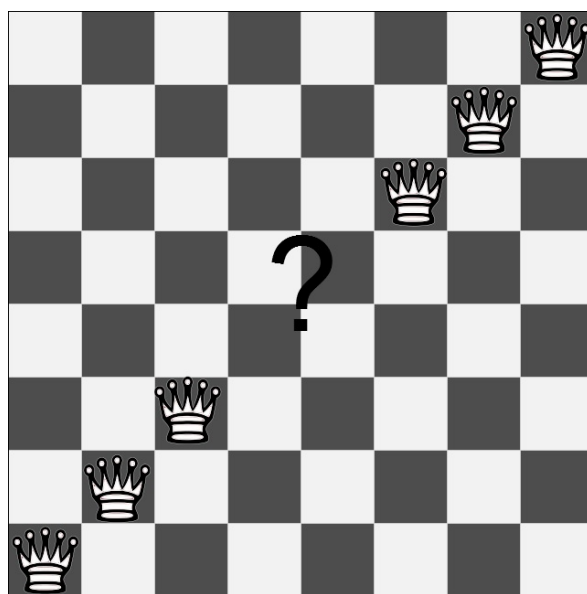


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***85. Il troppo stroppia***

Nel problema precedente si sono cercate le soluzioni per il problema del maggior numero di regine che ne attacchi esattamente  $n$ , con  $n$  che va da 1 a 4. Dimostrate che non è possibile posizionare sulla scacchiera delle regine in modo che ciascuna ne attacchi esattamente cinque.

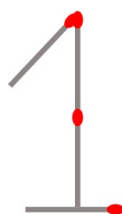


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***86. Niente parallele***

Scrivete un'espressione che valga 1 usando quattro fiammiferi, tutti orientati in direzioni diverse. La figura qui sotto andrebbe quasi bene: ma ci sono due fiammiferi nella stessa direzione, e non vale ruotarne uno di 180 gradi. Oppure potrei ottenere 1 scrivendo  $| \times |$ , ma anche in questo caso ci sono due fiammiferi paralleli.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***87. Quadrare la lista***

Disponete i numeri da 1 a 15 in una fila ordinata, in modo che la somma di due numeri consecutivi sia sempre un quadrato perfetto.

**1 2 3 4 5**

**6 7 8 9 10**

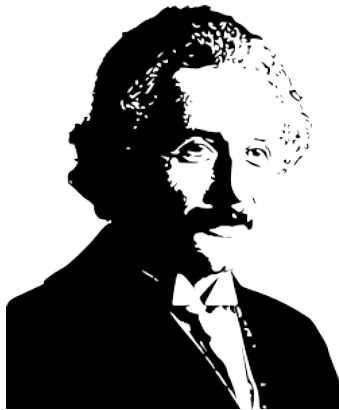
**12 13 14 15**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***88. Chi è?***

Durante una seduta spiritica abbiamo chiesto a un famosissimo scienziato quale sia il suo cognome. La sua risposta, invero sibillina, è stata la seguente: "Prima nego, poi affermo, capovolgo ed a capo ricomincio". Di chi si tratta? (non lasciatevi trarre in inganno dall'immagine: la risposta non è Albert Einstein!)



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***89. Numeri esotici***

Un numero si dice esotico se è il risultato di un'operazione che usi le cifre del numero stesso, le quattro operazioni, l'elevazione a potenza, la radice quadrata  $\sqrt{\phantom{x}}$ , il fattoriale  $!$  e parentesi a volontà. Alcuni esempi:

$$1 = 1!$$

$$24 = (2 + \sqrt{4})!$$

$$25 = 5^2$$
$$125 = 5^{1+2}$$

Sapete trovare altri numeri esotici inferiori a 1000?

# 125

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***90. Parole parole parole***

Qual è la proprietà comune a tutte le parole di questa lista?

chilogrammo – filmato – galvanoplastica –  
indefesso – scostumato – superstizioso –  
unghiate



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***91. Pazzi vampiri***

Un problema di Raymond Smullyan è ambientato in una cittadina della Transilvania molti abitanti sono diventati vampiri. Esternamente i vampiri sono indistinguibili dagli umani, ma si sa che un umano dice sempre la verità, mentre un vampiro mente sempre. Come se le cose non fossero già abbastanza complicate, parecchi umani e vampiri sono impazziti, e sono convinti che quello che sia vero è falso e viceversa. Insomma, un umano pazzo mentirà sempre, ma credendo di dire la verità, e un vampiro pazzo dirà sempre la verità, pensando di mentire. L'ispettore Craig di Scotland Yard è stato chiamato per risolvere un caso riguardante padre e figlio. Entrambi concordano che almeno uno di loro è pazzo, ma si è anche sentito il padre mormorare "no, io non sono un vampiro". Sapendo che al più uno di loro è un vampiro, sapreste dire chi è? E senza quest'ultima affermazione cosa si può dire?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***92. Completa l'insieme***

Qui sotto potete vedere tre insiemi (ordinati), ciascuno con tre elementi. Ripeto: gli insiemi sono ordinati, quindi è importante vedere quale numero è in prima, seconda, terza posizione. Manca però uno dei numeri, sostituito da ??? . Sapete trovarlo?

**{100, 169, 130}**

**{225, 9, 45}**

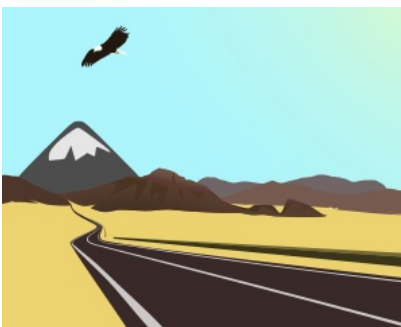
**{196, ???, 56}**

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

### ***93. La traversata del deserto***

Nove amici, ciascuno con la sua jeep, sono al margine est di un deserto. Vogliono avventurarsi al suo interno il più possibile: però le loro jeep hanno un'autonomia di soli sessanta chilometri, perché il serbatoio contiene solo dieci litri di benzina. Ogni jeep però ha anche nove taniche da dieci litri piene di benzina; non si può però usare una tanica solo in parte, ma bisogna versarla tutta in un unico serbatoio, e non è possibile creare dei depositi di benzina all'interno del deserto. Qual è la distanza massima che può essere esplorata almeno da uno degli amici, tenendo conto che tutti vogliono ritornare alla base?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***94. Frutta di troppo***

Al Festival della Frutta è possibile comprare una cassetta di frutta di vari tipi. C'è lo stand della Banana, quello della Ciliegia, e ancora quello del Pompelmo; ma anche il banchetto delle Fragole e quello dei Lamponi. Peccato che tra questi frutti ci sia un intruso. Riuscite a scoprire qual è e perché è intruso?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

---

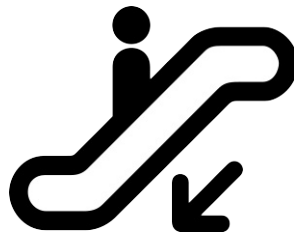
## 95. Scale mobili

Due amici, Arturo e Zoe, commentano la profondità della nuova stazione della metropolitana.

– “Che lunga questa scala mobile!”, dice Arturo. “Mentre scendevo camminando ho contato cinquanta scalini!”

– “Sei un pigrone!”, replica Zoe. “Io ho camminato a una velocità tripla, e di scalini ne ho contati ben settantacinque!”

Se la scala mobile fosse ferma, quanti scalini si vedrebbero? Immaginate che i due amici camminino a velocità costante.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

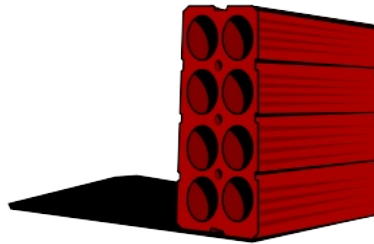
## 96. Mattone

Di un mattone sappiamo che:

- La somma delle lunghezze di tutti i suoi spigoli è 300

- La somma delle superfici delle sue sei facce è 1774
- Ciascun spigolo ha una lunghezza che corrisponde a un numero primo (1 non è primo, 2 però sì)

Qual è il volume del mattone?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***97. Ventiquattro***

Siete capaci di ottenere il numero 24 usando tre copie di una cifra a vostra scelta? Potete usare i simboli matematici per le quattro operazioni, l'elevazione a potenza, il fattoriale, il simbolo di radice, il punto decimale (omettendo lo zero) e la barra per indicare un numero periodico. Esiste una risposta per tutte le cifre diverse da zero, anche se in effetti la soluzione per 1 e 7 non è banalissima.

$$24 \quad x(x^x)?$$

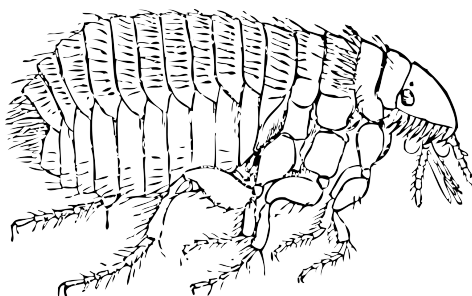

---

[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***98. Salti***

Paolina la pulce ha una buffa abitudine: a ogni capodanno le piace saltare sulla retta dei numeri reali, partendo da zero, muovendosi o a destra o a sinistra di un numero di unità sempre crescente: 1, 2, 3, 4,... L'anno scorso, il 2012, era riuscita a tornare al punto di partenza; quest'anno, il 2013, non ce l'ha fatta. Qual è il prossimo anno in cui potrà farcela? E più in generale, in quali anni è possibile una successione di salti di questo tipo che alla fine faccia ritornare al punto 0?

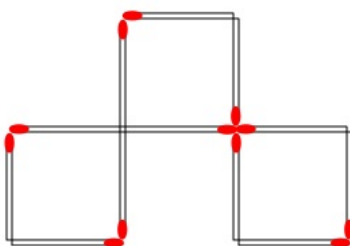


[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***99. Dodici per dodici***

Avete dodici fiammiferi, ciascuno lungo due centimetri (sì, sono i fiammiferi di Hello Kitty. Da quando in qua i problemi matematici devono usare unità di misura sensate?) e dovete costruire un poligono di area 12 centimetri quadrati. Il poligono può essere convesso, oppure concavo: però deve essere un poligono vero e proprio, quindi la soluzione qui sotto non è valida. Potete per esempio disegnare un'opportuna stella a sei punte: ma in quel caso dovete calcolare l'angolo tra le punte, il che non è banale. Vi assicuro che c'è una soluzione più semplice.



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

## ***100. Ancora una successione***

L'anno 2013 fa parte di una successione di date: ..., 2004, 2013, 2022, 2031, 2040, ... Qual è secondo voi l'anno che seguirà nella successione, sapendo che in quello che precede il 2004 non si usava ancora il calendario gregoriano?



[vuoi un aiutino?](#)

[vai alla risposta](#)

# Fonti e ringraziamenti

Queste sono le fonti a me note da cui ho tratto i problemi: quelli non citati circolano da troppo tempo per scoprire l'autore originale. La formulazione dei problemi, o se preferite la loro dematematizzazione, è sempre mia. Ah: il logo delle Elettroedizioni Bipunto è stato disegnato da Luciano Blini.

Il problema 4 ("Calcolo... enigmatico") è tratto da <http://todaysmachiningworld.com>; i problemi 6 ("La medaglia falsa") e 52 ("Candele") sono dal blog di Tanya Khovanova, <http://blog.tanyakhovanova.com/>; i problema ("Esperimento scientifico") e 92 ("Completa l'insieme") sono di Presh Talwalkar, <https://mindyourdecisions.com/blog/>; il problema 11 ("Supermarket giovedì") è di Ennio Peres; i problemi 13 ("Equa suddivisione"), 14 ("Triangoli"), 15 ("Quadrato più cubo"), 16 ("Pulizie di primavera") da *Giochi Matematici*, a cura di Nando Geronimi; il problema 25 ("Quadrati e radici quadrate") da Math Frolic!, <https://math-frolic.blogspot.com/>; i problemi 26 ("Potenze di cinque"), 27 ("Rosso e blu"), 66 ("Pallina bianca, pallina nera") e 82 ("Ostilità") da Futility Closet, <http://www.futilitycloset.com/>; i problemi 28 ("Volta la carta"), 54 ("Quanti figli!"), 55 ("Quadratura dell'ora"), 93 ("La traversata del deserto"), 95 ("Scale mobili") e 97 ("Ventiquattro") da *536 Puzzles and Curious Problems* di Henry Dudeney; i problemi 30 ("Sequenza"), 35 ("Se telefonando"), 42 ("Dissezione"), 88 ("Chi è?"), 94 ("Frutta di troppo") e 96 ("Mattoni") sono di Aldo Spinelli; il problema 31 ("Cassaforte") è stato ideato da Francesco Antoni; il problema 33 ("Meccanica celeste") da *Number-Crunching*, di Paul Nahin; i problemi 34 ("Pecore geometriche") e 36 ("Matrimoni") da *Lateral Thinking Puzzles*, di Paul Sloane; i problemi 38 ("Cifre in economia"), 39 ("Dadi"), 43 ("Niente primi"), 44 ("Vecchi compagni di classe") da *Penna, numeri, fantasia*; i problemi 46 ("Parquet"), 48 ("Trova il secondo"), 50 ("Mai più di due"), 61 ("La moneta

falsa”) e 63 (“Odometro”) da *Algorithmic Puzzles*, di Anany e Maria Levitin; il problema 49 (“Triscaidecafobia”) da *Math Jokes for Mathy Folks*, <https://mathjokes4mathyfolks.wordpress.com/>; il problema 51 (“Didone”) è di Rustan Leino; i problemi 67 (“Strane divisioni”, 68 (“Op-Art”), 70 (“In triplice copia”), 73 (“Questione di ordine”), 81 (“Corriggetemi!”) e 86 (“Niente parallele”) da *Mathematical Teasers*, di Julio Mira; il problema 69 (“Sudoku circolare”) da *Nets, Puzzles and Postmendi* di Peter Higgins; i problemi 75 (“Numeri suddivisi”) e 89 (“Numeri esotici”) da *Rompicapo che passione*, di Bernardo Recamán Santos.

Molte immagini provengono dal sito OpenClipArt: nel seguito, quelle indicate con “#problema – autore – nnnnnn” si trovano in <https://openclipart.org/detail/nnnnnn>.

#2 – aidiagre – 1611; #6 – Arvin61r58 – 267856; #7 – johnny automatic – 412; #8 – SteveLambert – 6928; #9 – lagartoflojo – 4063; #11 – Voyeg3r – 60139; #12 – PrinterKiller – 68389; #16 – gsagri04 – 131401; #18 – johnny\_automatic – 5083; #22 – ryanlerch – 464; #23 – biswajyotim – 5257; #31 – moanin – 5371; #32 – gsagri04 – 134371; #33 – Shela90 – 154909; 34 – dodger2 – 168517; #36 – anonymous, 23854; #37 – Gerald\_G – 1889; #39 – wirelizard – 94489; #41 – torisan – 14225; #44 – ryanlerch – 521; #45 – Machovka – 2618; #48 – johnny\_automatic – 15202; #52 – Keistutis – 168465; #53 – qubodup – 190140; #54 – johnny automatic – 178035; #55 – Mikael Ganehag Brorsson – 79933; #56 – anonymous – 26426; #57 – inky2010 – 103087; #61 – Mystica – 14394; #62 – Scott Kirkwood – 24101; #63 – Steve Burton – 153583; #64 – inky2010 – 75109; #65 – Last-Dino – 170647; #71 – Peter Manov – 19425; #72 – ryanlerch – 1882; #78 – Greg MacKenzie – 99589; #79 – Lumen Design Studio – 398; #80 – mireille – 74737; #82 – portablejim – 18657; #84, #85 – Igor Krizanovskij – 24125; #88 – Meister – 157705; #91 – netalloy – 84799; #93 – boobaloo – 26249; #94 – Walter Crane – 7341; #95 – jean victor balin – 25039; #96 –

valessiobrito – 2802; #98 – johnny automatic – 6570; #100 – jhnri4 – 88009.

Altre immagini sono prese da Wikimedia Commons. La figura del problema 7 è File:7\_bridges.svg, di Chris-martin; quella del problema 71 è File:Autostrada\_sfondo\_verde.PNG, di Foghe; quella del problema 82 è File:Metro\_A\_-\_Spagna\_-\_corridoio\_tappeti\_immobili\_1230759, di Lalupa; quella della risposta 170 è File:Hadwiger-Nelson.svg, di David Eppstein. La font della figura del problema 89 è Electroharmonix -Regular.

La copertina è infine un'elaborazione di un'immagine di Alistair, <http://www.everystockphoto.com/photo.php?imageId=3015407>; Tutte le altre figure sono state preparate da me.

Grazie infine a tutti coloro che hanno controllato le prime bozze del libro segnalandomi gli errori anche marchiani: voi sapete chi siete!

# Gli aiutini

**1.** C'è solo un triomino che deve essere messo in posizione orizzontale. Inoltre la figura ha un buco. ➡

**11.** Se io avessi avuto 51 euro, qualche minuto dopo essere uscito dal supermercato avrei avuto i miei 49,90 euro di beni e 1,10 euro in mano. ➡

**21.** La derivazione sembra un'operazione formale: attenzione a cosa derivate, però! ➡

**31.** Cominciate a fare in modo di essere certi che tutte le serrature siano chiuse: da lì la soluzione è più semplice. ➡

**41.** Stranamente questo non è un problema che si risolve con la parità ma con i binomi. ➡

**51.** I conti li potete fare con Wolfram Alpha: ricordatevi che non tutti i pezzi di recinzione devono racchiudere un'area! ➡

**61.** La stessa soluzione funziona sia per un numero pari che per uno dispari di monete. Cominciate col tenere da parte qualche moneta. ➡

**71.** Il cambio d'ora è spesso traumatico. ➡

**81.** Risolvete il problema alla radice. ➡

**91.** Cominciate a valutare l'affermazione del padre. ➡

**2.** Immaginate di riempire completamente il piano con tanti triangoli equilateri tutti uguali, e colorate i vertici di questi triangoli. ➡

**12.** Mi sono svegliato di colpo: fino a un secondo prima ronfavo della grossa. ➡

**22.** I casi possibili sono due: guardate cosa succede in ciascuno di essi. ➡

**32.** Le tre offerte hanno tutte un costo diverso e minore o uguale a 50 euro ➡

**42.** Naturalmente tutte le parti hanno area 4. Tra i quadrilateri, i trapezi sono utili per riempire gli eventuali buchi. ➡

**52.** Le candele si possono spegnere e riaccendere. ➡

**62.** I due chili si possono pesare esattamente con due pesate. ➡

**72.** Più che il libro, quello che conta è il titolo. ➡

**82.** Le torri non attaccano in diagonale: trovate le diagonali giuste e poi usate il principio dei cassetti. ➡

**92.** Moltiplicate. ➡

**3.** Ci sono due formule leggermente diverse a seconda se  $n$  è pari oppure dispari. Calcolate qualche termine per avere un'idea di quali siano le formule, e poi usate l'induzione "a salti di due". ➡

**13.** Fate l'onda... ➡

**23.** Il centro di gravità prima scende e poi risale: quindi da qualche parte cambia direzione di movimento. ➡

**33.** Le equazioni della meccanica newtoniana sono simmetriche rispetto al tempo. Fate girare le lancette degli orologi alla rovescia. ➡

**43.** Una condizione necessaria è che tutti i numeri di una decina (tipo da 100 a 109) non siano primi: fatela diventare anche sufficiente. ➡

**53.** Anche se a prima vista non sembra, i dati a disposizione sono sufficienti. ➡

**63.** Arrivati a 099999,9 tutte le cifre tranne lo zero sono apparse lo stesso numero di volte. ➡

**73.** La somma delle cifre da 1 a 7 è 28. Non possiamo usarle tutte come ultima cifra; quali usiamo come decine? ➡

**83.** Ciascun numero è il più piccolo quadrato con una ben specifica caratteristica, che è quella che appunto definisce la successione. ➡

**93.** È un poco come in Dieci piccoli indiani, anche se gli amici sono nove. ➡

**4.** I simboli di uguale devono essere uno per riga, così come quelli delle operazioni; questo riduce il numero di combinazioni possibili. ➡

**14.** Cercate un triangolo rettangolo quasi uguale a quello dato, e guardate la differenza con quello qui definito. ➡

**24.** Scrivete i numeri in base  $n$  e osservate cosa ne consegue. ➡

**34.** Se le pecore fossero state tre, sarebbero state ai vertici di un triangolo equilatero. ➡

**44.** Tre persone ogni anno aumentano complessivamente la loro età di tre anni. ➡

**54.** Il figlio minore ha due anni. ➡

**64.** Ho usato un ordine doppiamente alfabetico (in italiano). ➡

**74.** Avete mai comprato degli zampironi? ➡

**84.** Tutte le regine stanno sul perimetro. Notate inoltre che una

regina in una casella d'angolo non può attaccare più di tre altre regine. ➡

**94.** singolari e i plurali non sono stati messi a caso. ➡

**5.** Cominciate dai numeri dispari, vedete quali possono essere associati a un singolo numero, e proseguite eliminando via via le associazioni già assegnate. ➡

**15.** Per la prima domanda, in fin dei conti ci sono solo nove cubi minori di 1000 da testare; per la seconda, non cercate troppo lontano. ➡

**25.** Cercate innanzitutto di capire cosa succede intorno a un numero quadrato, e poi rassegnatevi a dover fare un po' di conti. ➡

**35.** Il titolo è un primo aiuto, ma occorre anche pensare molto più all'antica per trovare una corrispondenza tra cifre, lettere e altri numeri. ➡

**45.** Pistola che sbaglia non si cambia. ➡

**55.** La soluzione con la lancetta dei minuti più avanti capita molto presto, quella con davanti la lancetta delle ore molto più tardi. ➡

**65.** Cercate un altro modo di accoppiare i sottoinsiemi. ➡

**75.** 1 e 2 devono per forza stare nella fila di sotto, 8 e 9 in quella di sopra. ➡

**85.** Immaginate di avere trovato una soluzione, e considerate una regina specifica, secondo una regola specifica. ➡

**95.** Considerate come unità di tempo il tempo in cui uno scalino scompare sotto la scala. ➡

**6.** La medaglia d'oro non può essere riconosciuta se non per

esclusione. Inoltre, in ciascuna pesata sui due lati della bilancia ci deve essere lo stesso numero di monete d'argento e di bronzo. ➔

**16.** Mettete le cartelline in fila per tre. ➔

**26.** Elevare a potenza in generale aiuta a trovare la soluzione. ➔

**36.** Gianluca ha sposato Elena, ma Elena non ha sposato Gianluca! ➔

**46.** Il problema si risolve con la parità applicata due volte... e colorando opportunamente le righe del parquet. ➔

**56.** Le lampadine a incandescenza (come le alogene) si scaldano. ➔

**66.** La probabilità non è  $1/2$ . ➔

**76.** Paradossalmente è più semplice la seconda domanda, perché non bisogna considerare casi speciali. ➔

**86.** Il numero 1 si può tracciare anche con un solo fiammifero. ➔

**96.** Il lato più corto è lungo 3. ➔

**7.** Si può girare una clessidra anche se la sabbia non è ancora scesa del tutto, se per mezzo dell'altra possiamo comunque calcolare quanto tempo è trascorso. ➔

**17.** È un problema sicuramente stagionale ➔

**27.** Sfruttate i poligoni regolari. ➔

**37.** Calcolate dopo quanti giorni gli orologi saranno di nuovo sincroni, e ricordate che nel XIX secolo gli orologi erano analogici. ➔

**47.** Numerate quelle lettere, partendo dal numero giusto (che non è necessariamente 1!) ➔

**57.** Infilate la barretta in un pacco opportuno. ➔

**67.** Pensate a un dimezzamento fisico: con quel tipo di dimezzamento, la metà di tredici è otto. ➔

**77.** Scomponete 2013 in fattori. ➔

**87.** Con 9 e 8 c'è una sola possibilità di formare un quadrato, quindi essi devono aprire e chiudere la sequenza. ➔

**97.** Ricordate che  $4! = 24$ . ➔

**8.** Il treno non è puntiforme! ➔

**18.** Se il binario allungato formasse i due lati uguali di un triangolo isoscele, sovrastimereste la misura del 10% circa, il che è più che sufficiente per i nostri scopi. ➔

**28.** Girate un po' intorno al problema o almeno alle carte! ➔

**38.** Di 9 non ce ne sono poi così tanti... cercate di tenerli tutti, e poi scegliete il resto. ➔

**48.** Quali sono i tennisti che hanno perso solo col vincitore di un torneo a eliminazione diretta? ➔

**58.** I quadrati latini hanno quattro righe e quattro colonne diverse: partite da quelli, e sceglieteli bene. ➔

**68.** Per i triangoli, sfruttate la simmetria della figura; per i quadrati, ricordate che sono anche ruotati di 45 gradi. ➔

**78.** Non siamo sul pianeta Terra, anche se le regole matematiche sono naturalmente le stesse. ➔

**88.** Usare la e eufonica in «ed a capo» è sgrammaticato ma

necessario per rispondere. ➡

**98.** Iniziate a pensare alla parità per eliminare i casi impossibili, e costruite poi gli altri. ➡

**9.** Se vi può essere utile, Google fa le conversioni da gradi Fahrenheit a Celsius. ➡

**19.** Non pensate sempre e solo alla geometria... ➡

**29.** Chi ha detto che i quadrati devono essere tutti uguali? ➡

**39.** Il problema si può risolvere anche senza sapere che la somma dei numeri su due facce opposte di un dado è sempre 7. Ma se lo si sa, è più facile. ➡

**49.** Cominciate a moltiplicare dal numero primo più piccolo. ➡

**59.** Ricordatevi della prova del nove. ➡

**69.** Notate che gli otto settori da un quarto di cerchio sono parzialmente sovrapposti. ➡

**79.** Un libro cartaceo non è un ebook e ha dei vincoli. ➡

**89.** Io ne ho trovati 15 ma probabilmente ce ne sono di più. ➡

**99.** Partite da un triangolo rettangolo, e toglietegli qualcosa. ➡

**10.** Scrivete il prodotto come un rapporto di due fattoriali, e aggiungete quello che manca. ➡

**20.** Nella figura sono già tracciate due altezze. ➡

**30.** I numeri originali sono di un numero variabile (e crescente) di cifre. Togliete le suddivisioni, partite da 1392781243... e guardate cosa vi viene in mente. ➡

**40.** È tutto scritto nel testo del problema! ➡

**50.** Ci sono due tipi distinti di soluzione, una per le scacchiere con un lato pari e una per quelle col lato dispari. In una possibile soluzione le pedine sono sempre a coppie verticali, soprattutto se si pensa di avere un cilindro e non una scacchiera. ➡

**60.** Dovete terminare l'anno. ➡

**70.** Ci sono almeno una decina di modi diversi, anche se uno è un trucco. ➡

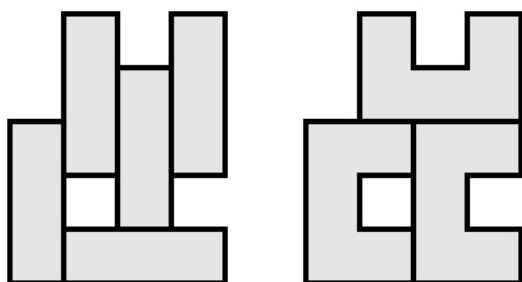
**80.** Il giro completo in un senso o nell'altro non misura 12 falangi. ➡

**90.** Se facessimo il gioco con i nomi geografici, avremmo Afghanistan e soprattutto Inghilterra. ➡

**100.** La prova del nove è vicina a quello che serve, ma non è precisamente la risposta cercata. ➡

# Le soluzioni

## 1. Sovrapposizione



Nel disegno qui sopra si può vedere come disporre rispettivamente i triomini e i pentamini. Per curiosità: ho provato una decina di minuti a disegnare i tre pentamini, senza cavare un ragno dal buco. Ho lasciato perdere, e il giorno dopo ho riprovato partendo però dai triomini. La soluzione è arrivata subito! ➡

## 11. Supermarket giovedì

Avevo usato un euro per sbloccare il carrello del supermercato, e quindi non l'avevo a disposizione. ➡

## 21. Derivata

L'errore è nel secondo passaggio. È vero che generalmente la derivata della somma di più funzioni è uguale alla somma delle derivate delle singole funzioni; ma in questo caso il numero di funzioni non è fisso ma anch'esso variabile, quindi non si può applicare quella regola. Lavorare formalmente è spesso utile, ma a volte ci si fa prendere troppo la mano e si formalizzano

cose false! ➡

### 31. Cassaforte

Estraiamo le tre schede e numeriamole per comodità 1,2,3. Indipendentemente dallo stato in cui si trova la serratura, possiamo essere certi di trovarci in uno di questi tre casi:

- a. tutte e tre le schede erano nella serratura corretta
- b. nessuna scheda era nella serratura corretta
- c. una sola scheda era nella serratura corretta.

Lascio al lettore domandarsi come mai non è possibile che esattamente due schede fossero nella serratura corretta... Inseriamo ora le schede in questo ordine, dove P1, P2, P3 e P4 sono i quattro passi successivi da compiere:

P1: 1, 2, 3

P2: 2, 3, 1

P3: 3, 1, 2

P4: 1, 2, 3

Se eravamo nel caso (a), o la cassaforte si apre al passo P1, oppure ai passi P2 e P3 tutte le serrature saranno chiuse, e quindi al passo P4 la cassaforte si apre. Se eravamo nel caso (b), al passo P1 tutte le serrature saranno chiuse, e quindi o al passo P2 o al P3 la cassaforte si apre. Anche qui lascio al lettore dimostrare che le uniche due combinazioni possibili sono quelle suindicate.

Se la cassaforte non si è ancora aperta, deduciamo che eravamo nel caso (c) e sappiamo che una sola scheda è nella posizione corretta. La serratura corrispondente è aperta: infatti al passo P3 c'era una scheda sbagliata e la serratura si è chiusa, ma al passo P4 l'abbiamo aperta. Le altre due serrature sono invece chiuse. Con il passo P5: 1,2,3 siamo pertanto certi che tutte e tre le serrature sono chiuse. Le tre possibilità rimaste per le schede sono 1,3,2; 3,2,1; 2,1,3. I nuovi tentativi

saranno:

P6: 1, 3, 2

P7: 3, 2, 1

P8: 2, 1, 3

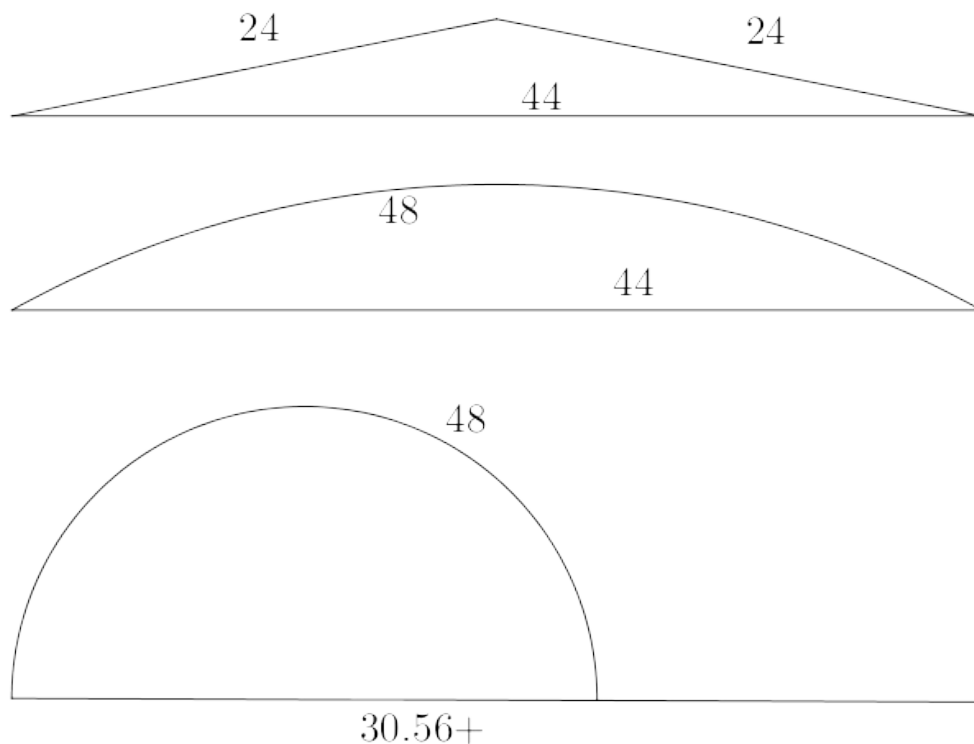
Eseguendoli in quell'ordine siamo sicuri di aprire la cassaforte al più con otto tentativi. Poteva andare peggio. →

## 41. Calamite

Per ottenere due coppie di canne che si attraggano, occorre che due polarità siano positive e due negative. Sviluppando il triangolo di Tartaglia, si vede che la riga corrispondente alle possibili combinazioni di 4 oggetti comprende i valori 1, 4, 6, 4, 1; pertanto la probabilità richiesta è  $6/16 = 3/8$ , inferiore al 50%. Per curiosità, al crescere del numero di canne la probabilità che tutte siano accoppiate tende rapidamente a zero. →

## 51. Didone

Si potrebbe immaginare che la soluzione migliore sia quella mostrata – sempre non in scala – nella parte superiore della figura qui sotto: usando Wolfram Alpha si vede come un triangolo isoscele di lati 44, 24, 24 metri ha un'area di 211,01+ metri quadri. Ma a questo punto si potrebbe anche immaginare di incernierare meglio i pezzi di recinzione da un metro: si può allora approssimare l'area racchiusa come un segmento circolare di corda 44 metri e arco 48 metri, come nella parte centrale della figura, la cui area è 248,14+ metri quadri, sempre secondo Wolfram Alpha.



Però non è affatto detto che tutti i pezzi servano a racchiudere un'area! La mia prima idea era stata di tralasciare il pezzo da 44 metri e costruire un 48-gono, ma l'area che si ottiene è molto minore di quella già trovata. Se però si costruisse un poligono regolare (virtuale, non avendo tutti i pezzi a disposizione) di 96 lati, il suo diametro sarebbe 30,56+ metri. Quindi si può usare il pezzo da 44 metri per tagliare a metà il poligono: usiamo così i nostri 48 pezzi da un metro, lasciamo spuntare un po' del pezzo lungo, e otteniamo un'area pari a 366,56+ metri quadri. Non garantisco che questo sia il miglior risultato possibile, ma più in là non sono riuscito ad arrivare. ➡

## 61. La moneta falsa

In entrambi i casi bastano due pesate per scoprire se la moneta falsa è più pesante o più leggera, e questo è vero per un

qualunque numero di monete maggiore o uguale a tre. (Con due monete non si può sapere nulla perché non abbiamo un metro di confronto; con una moneta sola, evidentemente essa è falsa).

Mettiamo una (nel caso dispari) e due (nel caso pari) monete da parte e dividiamo le altre in due mucchi uguali, che pesiamo: se la bilancia rimane in equilibrio, allora la moneta falsa era rimasta da parte e basta pesare quella o quelle lì contro una o due delle monete della prima pesata, che sappiamo essere genuine e quindi usare come raffronto per capire se dall'altro lato la/le monete sono più pesanti o più leggere.

Se la bilancia non è in equilibrio, prendiamo le monete messe su un lato della bilancia e dividiamole in due parti, aggiungendo se necessario una moneta lasciata da parte per pareggiare il numero. Se la bilancia resta in equilibrio, la moneta falsa è tra le altre; se non è in equilibrio, è tra quelle. In ciascun caso basta riverificare il risultato della prima pesata per definire se la moneta falsa è più pesante o più leggera.

La cosa più difficile in questo problema è accorgerci che non dobbiamo trovare la moneta falsa ma solo capire se è più pesante o più leggera, cosa che richiede molta meno informazione. ➡

## **71. Cambio d'ora**

La risposta è... dipende! Se la sveglia usa sempre tutti e quattro i numeri, quindi a mezzanotte indica 00:00, il passaggio da 19:59 a 20:00 modifica 12 segmenti. Se a mezzanotte mostra invece 0:00, il passaggio da 23:59 a 0:00 modifica 13 segmenti. Infine, se la sveglia è all'americana, cioè con le ore da 1:00 fino a 12:59, il momento topico è appunto quello tra le 12:59 e l'1:00, con 11 segmenti che cambiano stato. ➡

### 81. Corrigetemi!

$$V - IV = V\overline{I}$$

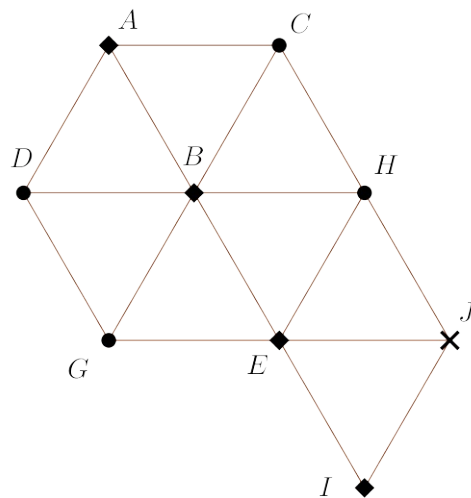
Ecco la soluzione, che trasforma la V in un simbolo di radice quadrata. In effetti usare radici quadrate con i numeri romani è un po' barare... ma anche i simboli – e = sono anacronistici, no? ➡

### 91. Pazzi vampiri

Consideriamo innanzitutto l'ultima affermazione del padre. Essa ci dice subito che lui è sano: se è umano infatti sta dicendo la verità, se un è vampiro allora sta mentendo. Se fosse un vampiro sano, la sua prima affermazione sarebbe falsa; quindi nessuno di loro sarebbe pazzo, e quindi anche il figlio dovrebbe essere un vampiro sano. Dato che il problema specifica che c'è al più un vampiro, questa soluzione deve essere scartata; pertanto il padre è umano, e il figlio deve essere un vampiro. Visto allora che dice la verità affermando che almeno uno di loro è pazzo, per la precisione è un vampiro pazzo. ➡

### 2. Dammi due colori

No, non è possibile colorare il piano con due soli colori in modo tale che non ci sia nessun triangolo equilatero coi vertici dello stesso colore. Per vederlo, si può prendere un tassellamento triangolare come quello in figura e cercare di colorarne i vertici.



Senza perdita di generalità possiamo immaginare che  $A$  e  $B$  siano rossi (nella figura, indicati con un quadrato): a questo punto,  $C$  e  $D$  devono essere verdi (indicati con un pallino) per evitare che i triangoli  $ABC$  e  $ABD$  siano tutti rossi;  $E$  dev'essere rosso altrimenti  $CDE$  sarebbe tutto verde;  $G$  e  $H$  devono essere verdi perché altrimenti  $BEG$  e  $BEH$  sarebbero tutti rossi;  $I$  dev'essere rosso perché altrimenti  $GHI$  sarebbe tutto verde. Consideriamo infine  $J$ : non può essere rosso perché altrimenti  $EIJ$  sarebbe tutto rosso, ma non può essere verde perché altrimenti  $CGJ$  sarebbe tutto verde. Come vedete, non serve affatto pensare al fatto che un piano contiene un'infinità più che numerabile di punti: ne bastano molti di meno! ➡

## 12. Insonnia

Mi sono svegliato a mezzanotte e ventun secondi. Ho così sentito l'ultimo rintocco della mezzanotte, quello di mezzanotte e mezzo, quello dell'una e quello dell'una e mezzo. ➡

## 22. Osservazioni

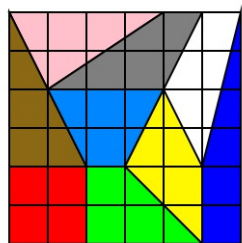
A prima vista si direbbe che non è possibile sapere con certezza

se c'è una persona sposata che ne guarda una non sposata, perché non sappiamo nulla dello stato coniugale di Elena. Riguardando il problema con maggiore attenzione, però, ci accorgiamo che ci sono due casi possibili: Elena è sposata, oppure Elena non è sposata. Nel primo caso, Elena che è sposata guarda Paride che non è sposato; nel secondo caso Menelao che è sposato guarda Elena che non è sposata. Quindi possiamo dire che una persona sposata ne guarda una non sposata, anche se non possiamo quali persone siano. Il problema di logica risulta difficile perché noi evitiamo se possibile il cosiddetto ragionamento disgiuntivo completo (quello indicato nella dimostrazione), perché più pesante da calcolare, preferendo un ragionamento euristico – in questo caso valutare le due coppie lasciando come “sconosciuto” lo stato di Elena – che di solito funziona lo stesso ed è molto più veloce, ma in alcuni casi non ci dà la risposta corretta. Anche la matematica può soccombere alla psicologia cognitiva. ➔

## **32. Lettura del pensiero**

Il pacchetto di app costa 30 euro, la stampante 40 e il ferro da stiro 50. La prima cliente aveva una banconota da 50 euro, e quindi il cassiere non poteva avere alcuna idea di cosa volesse comprare. Il secondo invece aveva in mano due banconote da 20 e una da 10; se avesse voluto comprare uno degli altri due oggetti, avrebbe dato al cassiere l'importo esatto. Il punto chiave è l'accorgersi che il denaro contante, a differenza del bancomat, ha una sua divisibilità esplicita. ➔

## **42. Dissezione**



Una possibile soluzione è mostrata qui sopra. ➡

## 52. A lume di candela

Una soluzione banale consiste nell'usare 11 candele piccole e due grandi: se ne accendono inizialmente una per tipo, e quando una si consuma se ne accende subito un'altra dello stesso tipo. Dopo 120 minuti si consumerà la seconda candela grande, e un minuto dopo l'undicesima piccola. Costo totale, 241 copechi. Ma si può fare molto meglio! Si prenda una candela grande e otto piccole. Se ne accenda una per tipo, e man mano che le piccole si consumano, se ne accende una nuova: tutto questo fino a che si consuma la quinta candela piccola, cioè dopo 55 minuti. A questo punto si accendano contemporaneamente due candele piccole: dopo cinque minuti, quando quella grande avrà finito di consumarsi, spegnetene una (che era bruciata per cinque minuti...) e accendete l'ottava. Dopo sei minuti l'altra candela terminerà di consumarsi; riaccendete quella che avevate spento, che si consumerà dopo altri sei minuti, mentre l'ottava si era consumata un minuto prima. Costo totale, 148 copechi. ➡

## 62. Una bilancia taroccata

È possibile pesare esattamente due chili di farina. Mettete i due pesi da un chilo su un piatto della bilancia, e versate sull'altro piatto abbastanza farina per equilibrare la bilancia. Quindi

togliete dal primo piatto i pesi, e versate abbastanza farina per equilibrare di nuovo la bilancia. La farina appena versata peserà per definizione 2 chili. Indicare quanto la bilancia è starata e accontentarsi di una risposta approssimata erano informazioni inserite apposta per fuorviare. ➡

## 72. Critica letteraria

Nella prima frase le vocali sono ordinatamente quelle di "Alice nel paese delle meraviglie"; nella seconda succede lo stesso con le consonanti. Distruggere il testo separando vocali e consonanti può essere davvero spiazzante... ➡

## 82. Ostilità

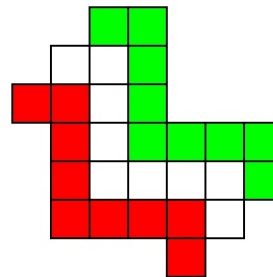
Arrotolate la scacchiera per formare un cilindro. Questo cilindro avrà dieci diagonali per ciascuno dei due sensi: avendo 41 torri, ci deve essere una diagonale in cui si trovano cinque torri che per definizione non si potranno attaccare tra di loro anche quando il cilindro verrà srotolato per formare di nuovo la tastiera originale. ➡

## 92. Completa l'insieme

Il numero mancante è 16. I tre numeri in ciascun insieme sono esprimibili come  $\{a^2, b^2, ab\}$ ; dato che 196 è il quadrato di 14 e 56 è  $14 \times 4$ ; il numero mancante deve essere il quadrato di 4. ➡

## 3. Fiboprodotti

I primi valori di  $S_n$ , per  $n$  che va da 0 a 6, sono 1, 3, 9, 24, 64, 168, 441. Quest'ultimo numero è  $21^2$ ; messo insieme a 9 e 64 che sono i quadrati rispettivamente di 3 e 8 ci porta a pensare



Quando la brocca è vuota, il centro di gravità è più alto del fondo, quindi sopra il livello dell'acqua che non essendoci coincide col fondo stesso. Se riempiamo la brocca fino all'orlo, il centro di gravità è per forza sotto il livello dell'acqua. Visto che versando l'acqua sia il centro di gravità che il livello dell'acqua si muovono in modo continuo, ci sarà almeno un momento in cui i due valori coincideranno. Ma sia prima che dopo quel momento

il centro di gravità era più alto, perché prima c'era dell'aria nella sezione tra il pelo dell'acqua e il centro di gravità, e dopo abbiamo aggiunto dell'acqua sopra il centro di gravità. →

### **33. Meccanica celeste**

Immaginate che esista effettivamente un'orbita finale stabile e osservate il comportamento del sistema invertendo la freccia del tempo: si parte con tre stelle in orbita e dopo un po' l'intruso se ne va via, lasciando le due stelle originali. Ma questo significa che l'orbita delle tre stelle non era stabile, come avevamo supposto! Ogni tanto le considerazioni fisiche aiutano a trovare una soluzione qualitativa che permette di non fare i conti. →

### **43. Niente primi**

Chiaramente il numero non può essere di una cifra, perché la si potrebbe cambiare in 5. Ma anche con i numeri di due cifre e quelli tra 100 e 199 in ogni decina ce n'è almeno uno primo, e quindi si può cambiare la cifra delle unità con quella che lo fa diventare un numero primo. I numeri tra 200 e 209 sono però tutti composti. Se prendiamo 200, cambiare la prima o la seconda cifra lascia evidentemente un multiplo di dieci, mentre cambiare la cifra delle unità come appena visto lascia comunque un numero composto; esso è dunque la risposta cercata. →

### **53. One and one is two**

Se lo zio quando morì aveva  $x$  anni ed era nato nell'anno  $34 \cdot x$ , dev'essere morto nell'anno  $35 \cdot x$ . L'unico anno multiplo di 35 tra il 1965 e il 2012 è il 1995; in quell'anno lo zio aveva 57 anni e quindi nel 1965 ne aveva 27. →

### 63. Odometro

Nel passaggio da 000000,0 a 099999,9, se si eccettua lo zero più a sinistra, tutte le altre cifre appaiono esattamente lo stesso numero di volte. Sono passate in totale sei milioni di cifre, pertanto 600.000 occorrenze per ciascuna cifra. Sommando la singola occorrenza in 100000,0 abbiamo che in totale sono apparse 600.001 cifre 1. ➡

### 73. Questione di ordine

Ci sono due soluzioni possibili:  $1 + 2 + 34 + 56 + 7$  oppure  $1 + 23 + 4 + 5 + 67$ . ➡

### 83. Quadrati ordinati

La successione continua con 144. I numeri hanno un numero crescente di consonanti, e sono i minori con quel numero di consonanti. La successione è quindi composta da uNo, NoVe, SeDiCi, QuaTTRo, TRenTaSei, VeNTiCiNQue, CeNToVeNTuNo, CeNToNoVaNTaSei, SeSSaNTaQuaTTRo, CeNToSeSSaNTaNoVe; seguirà CeNToQuaRaNTaQuaTTro. ➡

### 93. La traversata del deserto

I nove amici partono e percorrono 60 chilometri. A questo punto il primo riempie i serbatoi di tutti, compreso il suo, e ritorna alla base. Gli otto amici rimasti fanno altri 60 chilometri: il secondo amico riempie i serbatoi di tutti e si tiene da parte l'ultima tanica per poter tornare alla base. Si va avanti così fino a che rimane un unico esploratore che farà il nono pezzo di 60 chilometri, per un totale di 540, e ha giusto le nove taniche per rientrare alla base. ➡

4.

Calcolo...

enigmatico

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | × | 5 | = | 1 | 0 |
| 1 | 6 | ÷ | 8 | = | 2 |
| 9 | = | 1 | 5 | - | 6 |
| 1 | 8 | = | 9 | + | 9 |

Qui sotto potete vedere come le strisce devono venire rassemblate. Per trovare la soluzione conviene evitare di fare le operazioni finché non è assolutamente necessario... un'ottima metafora per spiegare cosa fanno quei pigroni dei matematici!

→

## 14. Triangoli

Il triangolo rettangolo più semplice e noto a tutti è quello di lati 3, 4, 5; quello appena meno semplice ha lati 5, 12, 13. Un triangolo simile a questo ha lati 24, 10 e 26 metri: è immediato allora accorgersi che il terreno propostoci ha la forma di un triangolo ottusangolo. Se pensate che con terreni di quella forma non si possa costruire nulla, significa che non siete pazzi come Alessandro Antonelli, l'architetto della Mole Antonelliana, che aveva appunto un piccolo appezzamento trapezoidale col lato più corto lungo poco più di mezzo metro; dopo che il proprietario del terreno confinante non volle venderglielo, lui per ripicca costruì sul suo pezzetto una casa di sei piani: la "fetta di polenta", o Casa Scaccabarozzi dal cognome della moglie. →

## 24. Fermat alla rovescia

Nell'equazione  $n^a + n^b = n^c$ , se  $n=2$  ci sono le infinite soluzioni in

cui  $a=b=c-1$ , come per esempio  $2^5+2^5 = 2^6$ . Nel caso  $n \geq 3$ , il modo più semplice per vedere che non ci sono soluzioni è scrivere  $n^a$  e  $n^b$  in base  $n$ ; saranno pertanto della forma 1000...000, con una quantità di cifre 0 pari ad  $a$  e  $b$  rispettivamente. Ora, se li sommiamo otterremo un numero della forma 1000...0001000...000 se  $a \neq b$  e 20000....000 se  $a=b$ ; in ogni caso, la risposta non è una potenza di  $n$ . La difficoltà di un problema cambia radicalmente con una piccola modifica ai dati di partenza! ➡

### **34. Pecore geometriche**

Tre pecore si trovano al vertici di un triangolo equilatero che racchiude al suo interno un muretto: la quarta è in cima al muretto, e forma con le altre tre i vertici di un tetraedro regolare. Oppure la quarta pecora è caduta in una buca e le altre tre la circondano. Il mondo non è piatto, mi pregio ricordarvi... ➡

### **44. Vecchi compagni di classe**

In dieci anni i tre figli sarebbero cresciuti di trent'anni complessivamente. Ma allora dieci anni fa la somma delle loro età sarebbe stata di 12 anni e non di 16! L'unico modo per rispettare i vincoli è che qualcuno dei figli non fosse ancora nato dieci anni fa. Ma il terzo amico parla di "nostri figli" al plurale dieci anni prima, quindi quei due figli c'erano già. Con questi vincoli ulteriori, è facile calcolare che quei due ragazzi hanno 18 anni, mentre il terzo ne ha solo 6, e in effetti è un po' piccino per apprezzare la buonanima di Douglas Adams... ➡

### **54. Quanti figli!**

Le età dei figli sono 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23 e 26 anni, mentre il padre ne ha 48 e la madre 42. Indicando con  $A$  l'età

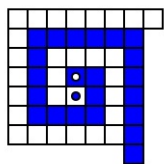
del figlio minore,  $D$  la differenza di età tra due figli successivi, e  $C$  l'età del padre e sommando i quadrati delle età dei figli si giunge all'equazione diofantina  $C^2 = 9A^2 + 72AD + 204D^2$ . Poiché i primi due addendi sono multipli di 9 e il terzo no, occorre che  $D$  sia un multiplo di 3 perché la somma sia un quadrato perfetto. Però  $D=6$  implicherebbe che la differenza di età tra il figlio maggiore e quello minore sia di 48 anni, un po' troppo, e valori maggiori di  $D$  sarebbero ancora più implausibili; pertanto  $D=3$ . L'equazione diventa allora  $C^2 = 9A^2 + 216A + 1836$ , per cui  $A$  deve essere un numero pari. Provando  $A=2$  si arriva alla soluzione. ➔

## 64. Ordinamento

I numeri sono stati scritti in lettere e poi le lettere sono state messe in ordine alfabetico, prima di ordinare i numeri. Abbiamo così AOQRRTTU (4), CEINQU (5), DEU (2), EESST (4), EIS (5), ENOV (6), [EORZ (0)], ERT (3), NOU (1), OOTT (9). ➔

## 74. Uroboro

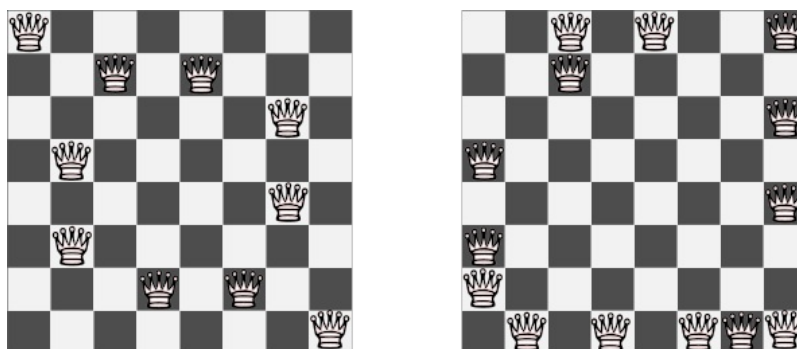
I due serpenti riempiono il piano come nella figura qui sotto. L'aiutino si riferisce al fatto che gli zampironi sono impacchettati a coppie proprio in questo modo.



Il gioco è piuttosto antico. Scott Kim ha proposto una generalizzazione allo spazio tridimensionale: in *The Colossal Book of Mathematics* Martin Gardner scrive che Kim ha una soluzione con quattro colori, ma almeno teoricamente sarebbe

possibile anche scendere fino a due. Il problema è ancora aperto. ➡

## 84. L'attacco delle regine



Le soluzioni sono mostrate qui sopra. Notare che non sono le migliori possibili: si può arrivare a 18 regine nel caso  $n=3$  e 21 regine nel caso  $n=4$ . ➡

## 94. Frutta di troppo

L'intruso è la Ciliegia. Per tutti gli altri nomi di frutta, infatti, la lettera iniziale della parola segue immediatamente in ordine alfabetico quella finale. ➡

## 5. Divisori

Iniziamo a considerare i numeri dispari della lista: sono sei, e quindi occorre associare a ciascuno di essi un numero dispari, lasciando i pari ai numeri pari. Abbiamo che 121 è il quadrato di 11, e quindi prenderà 11. L'unico multiplo di 9 è 117; l'unico multiplo dispari di 7 è 119; l'unico multiplo dispari di 5 è 115; l'unico multiplo dispari di 3 rimasto è 111, e quindi al 113 si assegna 1 (d'altra parte, 113 è un numero primo...) Ora si può passare ai numeri pari. 120 è l'unico multiplo di 12; 110 è l'unico multiplo di 10 rimasto; 112 è l'unico multiplo di 8

rimasto; 114 è l'unico multiplo di 6 rimasto; 116 è l'unico multiplo di 4 rimasto; quindi a 118 occorre associare 2. ➔

## 15. Quadrato più cubo

Per trovare il numero più grande inferiore a 1000, prendete i cubi dei numeri da 1 a 9 e sommategli il più grande quadrato possibile restando sotto il 1000: scoprirete che 996, cioè  $26^2 + 8^3$ , è il più grande possibile. Naturalmente il più piccolo numero "quadrato più cubo" maggiore di 1000 è 1001, cioè  $1^2 + 10^3$ . ➔

## 25. Quadrati e radici quadrate

La funzione  $f(n)=(n+\sqrt{n})$  è crescente, e la differenza tra i suoi valori relativi a due interi successivi è sicuramente compresa tra 1 e 2. Preso un qualunque quadrato  $(k+1)^2$ , mostriamo come ci siano due valori consecutivi  $n$  e  $n+1$  tali che rispettivamente  $f(n) < (k+1)^2 - \frac{1}{2}$  e  $f(n+1) > (k+1)^2 + \frac{1}{2}$ , e quindi i valori arrotondati saranno rispettivamente  $(k+1)^2 - 1$  e  $(k+1)^2 + 1$ . Più precisamente possiamo prendere  $n=k^2+k$ . La prima disuguaglianza infatti si può scrivere come  $k^2+k+\sqrt{k^2+k} < (k+1)^2 - \frac{1}{2} = k^2+2k+\frac{1}{2}$ , da cui  $\sqrt{k^2+k} < k+\frac{1}{2}$ ; elevando al quadrato, abbiamo  $k^2+k < k^2+k+\frac{1}{4}$ , banalmente vero. Per la seconda disuguaglianza, abbiamo  $k^2+k+1+\sqrt{k^2+k+1} > (k+1)^2 + \frac{1}{2} = k^2+2k+\frac{1}{2}$ , da cui  $\sqrt{k^2+k+1} > k+\frac{1}{2}$ ; prendendo anche qui i quadrati, otteniamo  $k^2+k+1 > k^2+k+\frac{1}{4}$ , di nuovo banalmente vero. Nel caso vi chiedeste come mi siano venute in mente queste disuguaglianze, ho provato a calcolare i primi valori di  $\text{round}(n+\sqrt{n})$ , fino a  $n=15$ , e ho ricavato una legge empirica di quello che sembrava accadere. A questo punto, sapendo dove volevo arrivare, è stato relativamente facile fare i conti. ➔

## 35. Se telefonando

La risposta è 6. Considerate le lettere che compongono i numeri romani, e guardate a che numero corrispondono sulla tastiera di un telefonino: I è sul 4, V sull'8, X sul 9, L sul 5, C sul 2 e D sul 3. Resta M che corrisponde appunto al 6. ➡

## 45. Biroulette russa

Il primo bambino ha evidentemente probabilità  $1/6$  di trovare la bandierina, qualunque cosa faccia. La miglior strategia per gli altri è quella di continuare a usare la prima pistola fintantoché la bandierina non appare, poi di usare l'altra pistola finché non appare anche la seconda bandierina, poi di rassegnarsi. Facendo un po' di conti, c'è una probabilità su 6 che la prima bandierina sia trovata da ciascuno dei primi sei bambini; e in ciascuno di quei casi saranno i sei bimbi successivi che hanno una probabilità su 6 di trovare la seconda. Riassumendo, i trentasei casi equiprobabili possibili per le coppie di bambini vincenti sono mostrati nella tabella seguente:

|      |      |      |       |       |       |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1, 2 | 1, 3 | 1, 4 | 1, 5  | 1, 6  | 1, 7  |
| 2, 3 | 2, 4 | 2, 5 | 2, 6  | 2, 7  | 2, 8  |
| 3, 4 | 3, 5 | 3, 6 | 3, 7  | 3, 8  | 3, 9  |
| 4, 5 | 4, 6 | 4, 7 | 4, 8  | 4, 9  | 4, 10 |
| 5, 6 | 5, 7 | 5, 8 | 5, 9  | 5, 10 | 5, 11 |
| 6, 7 | 6, 8 | 6, 9 | 6, 10 | 6, 11 | 6, 12 |

È immediato vedere come il bambino più fortunato sarà il numero 6, con una probabilità di ottenere il premio pari a  $11/36$ , seguito dai numeri 5 (probabilità  $10/36$ ), 4 ( $9/36$ ), 3 ( $8/36$ ), 2 ( $7/36$ ), 1 e 7 ( $6/36$ ), e poi a scalare dall'8 ( $5/36$ ) al 12 ( $1/36$ ). La somma delle probabilità dà  $72/36$ , il che è corretto perché i premi sono due. ➡

## 55. Quadratura dell'ora

Se la lancetta dei minuti è quella più avanti tra le due, la risposta è cinque secondi dopo mezzogiorno, con la lancetta dei minuti che segna il valore  $1/12$  e quella delle ore  $1/144$ . Altrimenti,  $6'45''$  dopo le 9 la lancetta delle ore sarà a 45 minuti e  $9/16$  dal XII, e  $45 + 9/16$  è il quadrato di  $6 + 3/4$ . Ci sono altre posizioni, ma nessuna corrispondente a un numero esatto di secondi dopo mezzogiorno. ➡

## 65. Pari o dispari?

Anche se il numero totale di oggetti è pari, i sottoinsiemi con un numero pari di oggetti sono tanti quelli con un numero dispari di oggetti. Nel nostro caso specifico, un sistema semplice per dimostrarlo consiste nel lasciare da parte uno degli oggetti – chiamiamolo  $x$  per semplicità. Possiamo allora dividere i sottoinsiemi degli altri 41 oggetti in due gruppi che hanno la stessa cardinalità (cioè lo stesso numero di elementi): SP e SD, che sono rispettivamente quelli con un numero pari di elementi e quelli con un numero dispari di elementi. A questo punto è praticamente fatta: consideriamo anche i gruppi  $SPx$  e  $SDx$ , costituiti dagli elementi di SP e SD a cui è stato aggiunto  $x$ ; quindi se avevamo per esempio un sottoinsieme  $\{a, b, c\}$  ora abbiamo  $\{a, b, c, x\}$ . È chiaro che i sottoinsiemi in  $SPx$  hanno un numero dispari di elementi mentre quelli in  $SDx$  ne hanno un numero pari: ma visto che tanto hanno tutti la stessa cardinalità, basta considerare da un lato SP u  $SDx$  e dall'altro SD u  $SPx$ . ➡

## 75. Numeri suddivisi

Le tre soluzioni possibili, oltre naturalmente a quelle speculari, sono mostrate qui sotto.

9638 - 54217  
4987 - 13625  
8975 - 26341

→

## 85. Il troppo stroppia

Immaginate di avere trovato una soluzione: considerate ora la riga più in alto che contenga almeno una regina, e scegliete la regina più a sinistra. Essa può solo attaccare a destra, nelle due diagonali sud-ovest e sud-est e in basso, quindi un massimo di quattro regine. →

## 95.Scale mobili

Se la scala mobile ha  $n$  scalini visibili, e uno scalino scompare in un'unità di tempo, sappiamo che Zoe percorre 75 scalini in  $n-75$  unità di tempo, visto che in  $n$  unità sarebbe scesa lasciando scorrere la scala ma lei ha percorso 75 scalini. Pertanto percorre 3 scalini in  $(n-75)/25$  unità di tempo, e visto che Arturo cammina a un terzo della sua velocità lui percorrerà uno scalino in  $(n-75)/25$  unità di tempo. Ma d'altra parte lui percorre 50 scalini in  $n-50$  unità di tempo, e uno scalino in  $(n-50)/50$  unità di tempo; eguagliando i due risultati otteniamo che il valore di  $n$  è 100, quindi si vedono 100 scalini. →

## 6. La medaglia falsa

Denominiamo innanzitutto le medaglie O1, A1, A2, A3, B1, B2, B3, B4, B5. Secondo il ben noto principio "divide et impera" e tenendo conto che nei due piatti della bilancia ci devono essere quantità uguali di medaglie dello stesso tipo, la prima pesata sarà (A2 B2 B4) vs (A3 B3 B5). Se il contenuto di uno dei due piatti è più leggero dell'altro, la medaglia falsa è lì: nel caso del piatto di sinistra (l'altro caso è simile) la seconda pesata sarà (B2) vs (B4). Di nuovo, se la bilancia non è in equilibrio la medaglia falsa è sul piatto più leggero; se resta in equilibrio allora la medaglia falsa è A2. Che si fa invece nel caso i due

piatti restino in equilibrio? La scelta si restringe alla terna O1, A1, B1. Sappiamo che O1 non finirà sulla bilancia, e verrà riconosciuta come falsa se anche la seconda pesata è in equilibrio: ma come confrontare A1 e B1, di cui non conosciamo il peso relativo? Semplice: aggiungiamo una medaglia che sappiamo essere vera! La pesata da fare sarà pertanto (A1 B2) vs (A2 B1). ➡

## 16. Pulizie di primavera

Immaginiamo di dividere le cartelline in gruppi di tre. Nel primo caso ogni gruppo di dodici forma quattro gruppi di tre, e le cinque cartelline avanzate formano un altro gruppo da tre lasciandone due sciolte. Nel secondo caso, ogni gruppo di nove forma tre gruppi da tre, e le sette cartelline sciolte formano due gruppi da tre lasciandone una sciolta. Questo è impossibile: quindi la risposta è che ho sbagliato i conti! In generale, i sistemi di equazioni diofantine – quelle in cui le variabili devono assumere valori interi positivi – possono avere infinite soluzioni, ma possono anche essere impossibili, proprio come i sistemi di equazioni abituali. ➡

## 26. Potenze di cinque

Ecco come si possono scrivere le potenze:

$$25 = 5^2$$

$$125 = 5^{1+2}$$

$$625 = 5^{6-2}$$

$$3125 = (3+(1 \times 2))^5$$

$$15625 = 5^6 \times 1^{25}$$

$$78125 = 5^7 \times 1^{82}$$

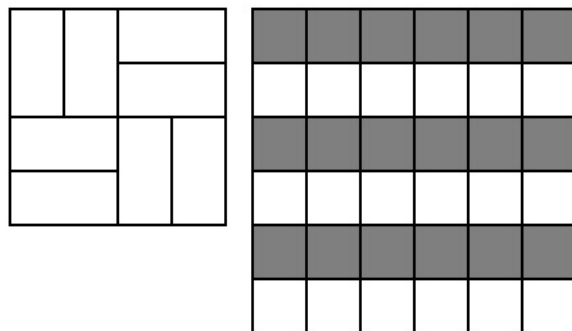
Si congettura che questo tipo di riscrittura sia possibile per tutte le potenze di 5, ma la cosa non è stata dimostrata. ➡

### 36. Matrimoni

Gianluca e Gianmarco sono due pastori evangelici. Gianmarco "ha sposato", nel senso che ha unito in matrimonio, Gianluca ed Elisa, un mese dopo essersi sposato con Beatrice; il mese successivo Gianluca ha celebrato il matrimonio di Elena e Bruno. Tutto torna, e c'è anche stato il tempo per i viaggi di nozze! D'accordo, c'è l'ambiguità della parola "sposare". Però resta il fatto che la relazione "aver sposato" non è transitiva, a differenza di "essersi sposato con". ➔

### 46. Parquet

È possibile ricoprire il parquet secondo le regole date se e solo se  $n$  è un multiplo di 4. È facile farlo quando  $n$  è multiplo di 4; basta usare tante copie della struttura indicata a sinistra nella figura. È anche facile vedere che è impossibile farlo quando  $n$  è dispari; il numero di quadretti è dispari, e quindi non è nemmeno possibile ricoprire il pavimento. Nel caso di  $n$  pari ma non multiplo di 4, la soluzione si ottiene colorando opportunamente il parquet, come si può vedere nella figura qui sotto dove un quadrato  $6 \times 6$  è diviso in strisce orizzontali.



Evidentemente, ogni listello verticale coprirà una casella chiara e una scura, mentre un listello orizzontale coprirà o due caselle

chiare o due caselle scure. Se il lato del quadrato è  $2(2n+1)$ , il numero totale di caselle è  $4(4n^2+4n+1)$ , metà delle quali sarà ricoperto da listelli orizzontali e metà da listelli verticali. Ma allora il numero di caselle scure ricoperte dai listelli verticali (metà del totale, abbiamo visto, quindi un quarto del numero totale di caselle) è dispari, mentre le caselle scure ricoperte dai listelli orizzontali sono un numero pari: assurdo, perché la somma è dispari mentre c'è un numero pari di caselle scure. →

## 56. E luce fu

Aziona due interruttori; dopo qualche minuto ne spengo uno e salgo. La lampadina accesa corrisponde all'interruttore rimasto azionato, la lampadina spenta ma tiepida a quello acceso e poi spento, la lampadina spenta e fredda a quello che non ho toccato. Non per nulla ho specificato il tipo di lampadine! →

## 66. Pallina bianca, pallina nera

Per calcolare la probabilità in modo semplice, forse il sistema migliore è quello di inserire una pallina verde anziché bianca, e immaginare che non sia stata estratta una pallina nera, quindi sia stata estratta una pallina bianca o verde: tanto il verde è finto, no? Ci sono quattro casi teoricamente possibili, tutti equiprobabili:

- a. Pallina iniziale bianca, pallina estratta bianca
- b. Pallina iniziale bianca, pallina estratta verde
- c. Pallina iniziale nera, pallina estratta nera
- d. Pallina iniziale nera, pallina estratta verde

Il terzo caso è però impossibile, visto che sappiamo che non è stata estratta una pallina nera. Negli altri tre casi, in uno solo la pallina iniziale era nera, quindi la probabilità che fosse bianca è  $2/3$ . →

## 76. 2013 in somme

Perché 2013 sia somma di un numero dispari di interi positivi, questo numero deve essere un suo fattore: con i fattori 3, 11, 33, 61 si ottengono rispettivamente le somme  $670+671+672$ ,  $178+179+\dots+188$ ,  $45+46+\dots+77$ ,  $3+4+\dots+63$ . Inutile proseguire, perché con fattori superiori si avrebbero numeri negativi nella somma. Perché 2013 sia somma di un numero pari  $2k$  di interi positivi, occorre che sia divisibile per  $k$ . I valori possibili sono pertanto 6, che dà la soluzione  $333+334+335+336+337+338$ , e 22, che dà  $81+82+\dots+102$ . Se accettiamo anche gli interi negativi, la risposta è molto semplice: ci sono otto casi di somme di un numero dispari di termini, e altri otto con un numero pari di termini, in totale 16. Per curiosità, gli unici numeri che non si possono esprimere come somma di numeri consecutivi sono le potenze di due.  $\Rightarrow$

## 86. Niente parallele



Come si può vedere nel disegno qui sopra, basta scrivere la radice quadrata di 1.  $\Rightarrow$

## 96. Mattoni

I lati del mattone sono 3, 11 e 61: il volume è pertanto 2013. Non è il massimo come forma, ma purtroppo quando si usa il numero che corrisponde a un anno si prende quello che si trova.  $\Rightarrow$

## 7. Esperimento scientifico

Non occorre passare più di nove minuti in laboratorio. All'inizio dell'esperimento si fanno partire entrambe le clessidre; al

minuto 4 si rigira la più piccola, e al minuto 7 la più grande. Al minuto 8, quando la clessidra piccola ha di nuovo fatto scorrere tutta la sabbia, quella grande l'ha fatta scorrere solo per un minuto; rovesciandola, quando si svuoterà nuovamente saranno passati in tutto nove minuti. ➡

## **17. La lettera mancante**

La lettera da sostituire al punto interrogativo è una "s". Nella colonna di sinistra ci sono le iniziali delle quattro stagioni: Inverno, Primavera, Estate, Autunno; nella colonna di destra le iniziali del mese in cui cominciano: dicembre, marzo, giugno, settembre. ➡

## **27. Rosso e blu**

Costruite un triangolo equilatero di lato 1: i suoi tre vertici dovranno necessariamente avere tre colori diversi.

Una curiosità: qual è il numero minimo di colori necessario per ricoprire il piano senza che ci siano due punti dello stesso colore a distanza esattamente 1? È un problema aperto. Fino al 2018 si sapeva solo che il numero cromatico del piano – questo è il nome con cui è noto nella letteratura – era maggiore o uguale a 4 e minore o uguale a 7; ora il limite inferiore è stato portato a 5. ➡

## **37. Matto come un cappellaio**

I due orologi segneranno di nuovo la stessa ora a mezzogiorno, novanta giorni dopo la sincronizzazione (segneranno entrambi le 6, ma questo non importa: il tempo è relativo...). L'unico modo perché 90 giorni dopo un giorno di gennaio si sia in marzo è trovarsi in un anno bisestile: in questo caso la sincronizzazione è stata fatta a Capodanno e si arriva al 31 marzo. Visto che la Lepre Marzolina compirà 21 anni, deve

essere nata nel 1843 (e ci troviamo nell'anno bisestile 1864); quindi il più vecchio è il Cappellaio.

I risolutori più astuti magari possono avere sfruttato la metainformazione "se il problema è risolubile univocamente, è ovvio che ci si trovi in un anno bisestile e non nei due possibili anni non bisestili". ➔

#### **47. Successione di vocali**

La prossima vocale è E. La successione è infatti quella delle ultime lettere dei nomi dei numeri (partendo da zero per rendere un po' più difficile il tutto), e dopo sei c'è evidentemente settE. ➔

#### **57. Pacchetti postali**

Ho preparato un cubo di lato 30 centimetri, e piazzato la barretta nella diagonale maggiore del cubo, che è  $\sqrt{3}$  volte il lato, cioè quasi 52 centimetri; resta un po' di spazio anche per lo spessore della barretta, che è piccolo ma non è nullo come invece capita spesso nei problemi matematici... ➔

#### **67. Strane divisioni**

Scrivete il numero dodici in cifre romane, XII, e dividetelo a metà come nell'immagine qui sotto. Un'altra risposta possibile è pensare in base 12: il numero "12" è l'equivalente del nostro 14 e la sua metà è dunque 7. ➔

#### **77. Multipli di 2013**

Se fattorizziamo 2013, otteniamo  $3 \times 11 \times 61$ . Per la stessa ragione – che poi è il principio dei cassetti – per cui in 2013 numeri consecutivi c'è sempre un multiplo di 2013, se

prendiamo 61 numeri consecutivi ne avremo sicuramente uno multiplo di 61, uno multiplo di 11 e uno multiplo di 3 e quindi il prodotto sarà multiplo di 2013. In compenso, il prodotto dei numeri da 1 a 60 non è multiplo di 61, e quindi nemmeno di 2013. Il numero N da noi cercato è pertanto 61.  $\Rightarrow$

## 87. Quadrare la lista

L'unica soluzione possibile – a meno di riflessione – è la seguente:

9 7 2 14 11 5 4 12 13 3 6 10 15 1 8

$\Rightarrow$

## 97. Ventiquattro

Le soluzioni per le cifre diverse da 1 e 7 sono queste:

$$22 + 2 = 24$$

$$33 - 3 = 24$$

$$(4 + 4 - 4)! = 24$$

$$(5 - 5/5)! = 24$$

$$(6/.6 - 6)! = 24$$

$$8 + 8 + 8 = 24$$

$$(\sqrt{9} + 9/9)! = 24$$

La notazione .6 significa 0,6. Le soluzioni per 1 e 7 sono mostrate nella figura seguente, dove la barra indica il periodo di un numero periodico.

$$\left(7 - \sqrt{\frac{7}{.\overline{7}}}\right)! \quad \left(1 + \sqrt{\frac{1}{.\overline{1}}}\right)!$$

⇒

## 8. Alla ricerca del tempo guadagnato

L'ingresso alla fermata iniziale è in cima al treno, l'uscita alla fermata finale è alla fine del treno. Mi ci vogliono esattamente novanta secondi per percorrere la stazione in tutta la sua lunghezza; di solito lo faccio dopo essere sceso dal treno, ieri l'ho fatto mentre aspettavo il convoglio seguente. ⇒

## 18. Lavori pubblici

Procedendo come indicato nell'aiutino, immaginate che il binario formi col terreno un triangolo isoscele, con i due lati di 501 metri e la base di 1000 metri. Applicando il teorema di Pitagora a metà triangolo, abbiamo che l'altezza  $x$  è tale che  $x^2 = 501^2 - 500^2$ , cioè  $500 + 501 = 1001$ . Pertanto  $x$  varrà circa 30 metri. Mai fidarsi delle apparenze! ⇒

## 28. Volta la carta

Scambiate di posto le due carte in basso (l'8 e il 9) avendo cura di ribaltarle di 180 gradi, in modo che diventino un 6 e un 8. A questo punto entrambe le colonne avranno come somma 18. Se qualcuno obietta che non è lecito ruotare le carte, potete comunque fornire una soluzione che preveda solo traslazioni e muove quattro carte! Spostate il 3 dalla colonna di destra a quella di sinistra, e spostate 4 e 9 in una nuova colonna. Controllate pure il testo originale: c'è scritto "di ogni colonna", non "delle due colonne"... Oppure, se preferite fare in altro modo, scambiate di posto il 5 e il 9 e mettete l'1 a sinistra del 2 per ottenere un 12. In questo modo, la somma delle due colonne è 24. Di nuovo, il testo originale dice "la somma dei numeri", e 12 è indubbiamente un numero... ⇒

### **38. Cifre in economia**

I numeri da 1 a 60 sono composti in tutto da 111 cifre: 102 per i numeri di due cifre, più gli altri 9. Togliendone 100 ne rimangono 11. Di 9 ce ne sono sei; non li possiamo mettere tutti all'inizio perché non avremmo abbastanza cifre ulteriori, quindi ne mettiamo solo 5 all'inizio, ottenendo 99999xxxxxx. Abbiamo visto che la sesta cifra non può essere un 9; ma neppure con un 8 avremmo abbastanza cifre a disposizione, pertanto deve essere un 7. Le cinque cifre finali devono essere ricavate eliminandone una da 585960: chiaramente conviene togliere il primo 5. In definitiva il numero richiesto è 99999785960. ➡

### **48. Trova il secondo**

In un torneo a eliminazione diretta si giocano tante partite quanti i giocatori, meno uno: infatti ogni partita elimina un giocatore. Quindi il tabellone ha avuto 127 partite: visto che ci sono stati sette turni, il vincitore ha sconfitto direttamente sette persone e indirettamente tutti gli altri, nel senso che questi altri sono stati sconfitti da qualcuno che ha perso con il vincitore. Il secondo miglior tennista dovrà essere scelto tra i sette di cui sopra; per la stessa ragione di cui sopra, occorreranno altre sei partite per designare il secondo atleta. ➡

### **58. Permutazioni**

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 3 | 4 | 1 | 3 | 2 | 1 | 4 |
| 4 | 1 | 2 | 3 | 1 | 4 | 3 | 2 |
| 3 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 4 | 3 |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 4 |
| 3 | 1 | 4 | 2 |
| 4 | 2 | 1 | 3 |
| 2 | 4 | 3 | 1 |

Una possibile soluzione è mostrata qui sopra. ➡

**68.**

I quadrati paralleli ai lati di lato uno sono 9, quelli di lato due sono 4 e poi c'è quello di lato tre. Poi, considerando i quadrati ruotati di 45 gradi, ce ne sono 12 di lato uno e 5 di lato due: in tutto, pertanto, 31 quadrati. Per quanto riguarda i triangoli, iniziamo a notare come per simmetria si possono considerare solo i triangoli in una posizione e poi moltiplicare il numero trovato per le quattro posizioni possibili. Ci sono sei tipi diversi di triangoli, come si vede nella figura qui sotto: per ogni posizione ci sono 9 triangoli di tipo A, 6 di tipo B, 2 di tipo C, 9 di tipo D, 4 di tipo E e 1 di tipo F, per un totale di 31 triangoli: moltiplicando per quattro otteniamo la risposta, vale a dire 124 triangoli complessivi. ➡

## 78. Fattorizzazione

Qwfwq e il suo maestro vivono in un pianeta che non usa la nostra usuale base di numerazione 10. Ci sono due soluzioni: se usano la base 4, il numero che loro chiamano 2013 equivale

nella nostra base a  $2 \times 64 + 1 \times 4 + 3$ , cioè 135, che si fattorizza  $33 \times 5$ , mentre se usano la base 6 il numero è  $2 \times 216 + 1 \times 6 + 3$ , cioè 441, che si fattorizza  $32 \times 72$ . Ma naturalmente 5 in base 4 e 7 in base 6 si scrivono 11... e tutto torna! ➔

## 88. Chi è?

Il personaggio misterioso è Thomas Alva Edison. La frase sibillina si traduce così: "prima nego" è NO, "poi affermo" è SI. Capovolgendo NOSI si ottiene ISON; "a capo ricomincio" fa mettere ED appunto all'inizio. ➔

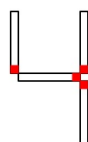
## 98. Salti

Tralasciate per un momento il dover tornare al punto di partenza, e immaginate che tutti i salti siano nella stessa direzione. Se si fanno  $n$  salti, arriverete al punto  $n(n+1)/2$ ; quindi se  $n$  è pari a 1 oppure a 2 modulo 4 il valore finale sarà dispari, e sarà impossibile dividere i salti nelle due direzioni per tornare al punto di partenza. Se invece  $n$  è pari a 0 modulo 4, seguendo un semplice schema di salti sinistra-destra-destra-sinistra siete certi di essere di nuovo al punto di partenza ogni quattro salti; se infine  $n$  vale 3 modulo 4 cominciate a fare i primi due passi a destra e il terzo a sinistra, tornando all'origine; a questo punto si è tornati al caso precedente, da bravi matematici :-). In definitiva, l'anno successivo sarà il 2015. ➔

## 9. Fisica dei liquidi

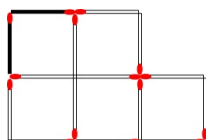
Visto che l'acqua a 30 °F è ghiacciata, la risposta è immediata: in quel caso il sasso non affonda! ➔

## 19. Fiammiferi



La risposta è mostrata qui sopra: 4 è indubbiamente il quadrato di 2. ➡

## 29. La generazione dei quadrati



La soluzione è mostrata qui sopra. Vi siete accorti che c'è anche un quadrato di lato due fiammiferi, vero? ➡

## 39. Dadi

Se si sa che la somma dei numeri su due facce opposte di un dado è sempre 7, il problema si risolve facilmente. Le quattro facce laterali hanno somma complessiva 14, quindi la faccia superiore contata due volte dà 10 e deve essere un 5, e in definitiva la faccia nascosta è un 2.

Ma il problema può anche essere risolto senza sapere tale proprietà! Infatti l'unico modo per ottenere 14 con tre numeri è  $6+5+3$ . Se la faccia superiore fosse un 6, Calpurnia dovrebbe vedere sulle facce laterali 1 e 3, impossibile perché anche Cesare vede un 3. Se fosse invece un 3, Calpurnia potrebbe vedere 1 e 6 oppure 2 e 5; in entrambi i casi ci sarebbe un numero visto da Cesare. Pertanto il numero sulla faccia superiore è un 5; per arrivare a 10 non si possono prendere 2 e 3, pertanto Calpurnia vede 1 e 4, e l'unico numero che resta è il 2. ➡

## 49. Triscaidecafobia

Tra i tredici numeri primi dispari c'è il 5 e non ci sono numeri pari, pertanto il prodotto termina per 5. ➡

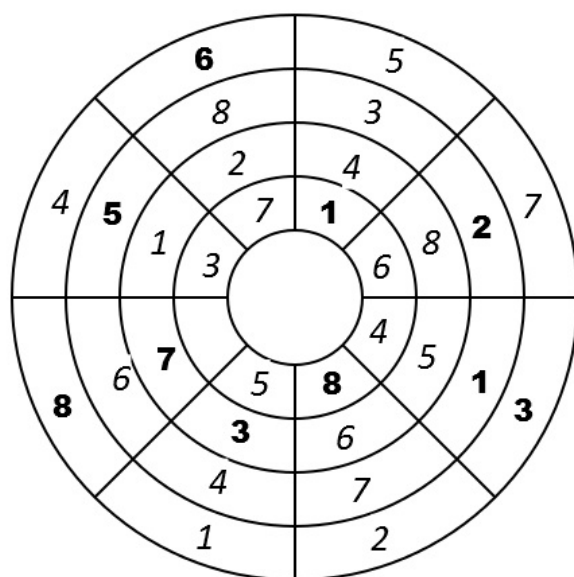
## 59. Somme

Ricordate la prova del nove? Se la somma delle cifre di un numero è 2012, la sua radice numerica è 5. Sommando due numeri la cui radice numerica è 5, si ottiene un numero la cui radice numerica è 1. Ma si può fare di più, e ottenere un numero la somma delle cui cifre è 1! Per ottenerlo basta sommare

$$5000\dots000999\dots9999 + 4999\dots999000\dots0001$$

dove ci sono 226 cifre 9, per arrivare alla somma 2007. Nel secondo caso, notate che sommando un numero a sé stesso non si può mai avere un riporto che prosegua "a cascata"; al limite si può sommare 1 al punto precedente. Basta allora considerare cosa succede con le cifre da 1 a 9: si vede subito che il miglior risultato si ha con il 5, che toglie 4 alla somma delle cifre della somma. La soluzione è perciò data da 2555....5555, dove i 5 sono 402. (Per amor di precisione il 2 può essere in una qualunque posizione, e si può sostituire un 1 e un 6 al 2 e a uno dei 5). La somma delle cifre sarà pertanto 406. ➡

## 69.



Una volta capito che ci sono due gruppi diversi di quattro cifre che si alternano tra loro nei vari settori circolari, la soluzione è semplice: la si può vedere qui sopra. ➡

## 79. Lettori compulsivi

Il problema non ha soluzione! Ci sono infatti 9 numeri di pagina a una cifra, e 90 a due cifre, per un totale complessivo di 189 cifre. Per arrivare a 2013 restano altri 1824 numeri, che diviso per 3 fa 608; partendo da 100, arriviamo pertanto a 707 pagine. Peccato che un libro abbia necessariamente un numero pari di pagine... ➡

## 89. Numeri esotici

Ecco una lista di altri numeri esotici:

$$2 = 2!$$

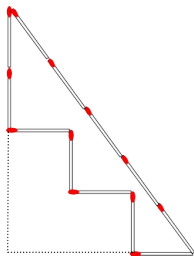
$$121 = 11^2$$

$$127 = 2^7 - 1$$

$$\begin{aligned}
128 &= 2^{8-1} \\
144 &= (1 + 4)! + 4! \\
145 &= 1 + 4! + 5! \\
153 &= 51 \times 3 \\
216 &= 6^{2+1} \\
289 &= (8+9)^2 \\
343 &= (3+4)^3 \\
355 &= 3 \times 5! - 5 \\
625 &= 5^{6-2} \\
715 &= (7-1)! - 5 \\
720 &= (7-2^0)! \\
729 &= (7-2)^{\sqrt{9}}
\end{aligned}$$

⇒

## 99. Dodici per dodici



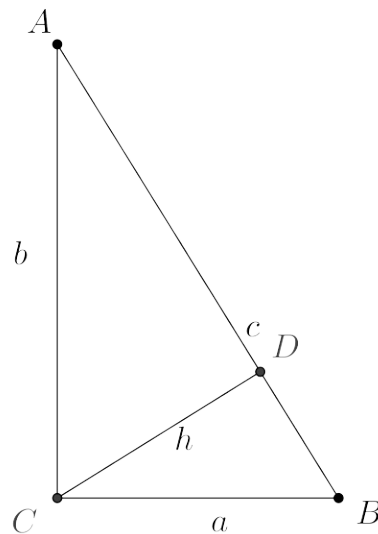
Il triangolo rettangolo completo avrebbe area 24: togliendo i tre quadrati si ottiene 12. ⇒

## 10. Divisibilità

Si potrebbe pensare che basti notare come in un gruppo di 11 numeri consecutivi ce ne dev'essere per forza uno divisibile per 2, uno per 3, uno per 4, e così via fino a uno divisibile per 11. Peccato che nel caso mostrato come esempio il 18 è l'unico divisore di 6 e di 9, e quindi viene contato due volte. Immaginiamo invece di avere 11 numeri consecutivi che

partono da 13 e arrivano fino a 23. Dividendo il prodotto per  $11!$ , otteniamo l'espressione  $23!/(11! \times (23-11)!)$ , cioè il numero di combinazioni di 23 oggetti presi 11 a 11 che è per forza un intero. Il ragionamento naturalmente vale per qualunque gruppo di numeri.  $\Rightarrow$

## 20. Questione di altezze



In un triangolo rettangolo due delle tre altezze coincidono con i cateti. Quindi il problema si riduce a costruire un triangolo rettangolo per cui l'altezza  $h$  relativa all'ipotenusa sia la metà dell'ipotenusa stessa  $c$ . Ma è noto – e se non lo fosse basta considerare che i triangoli  $ACB$ ,  $DBC$  e  $ADC$  sono simili – che l'altezza è il medio proporzionale dei due segmenti in cui essa divide l'ipotenusa; quindi otteniamo che la divide in realtà a metà. Il nostro triangolo pertanto non è solo rettangolo ma anche isoscele, e l'angolo più piccolo – anzi i due angoli più piccoli, essendo uguali – misura 45 gradi. Meglio ancora, forse, accorgersi che in un quadrato le diagonali si dividono reciprocamente a metà; quindi il triangolo rettangolo isoscele ottenuto prendendo solo mezzo quadrato soddisfa le ipotesi.  $\Rightarrow$

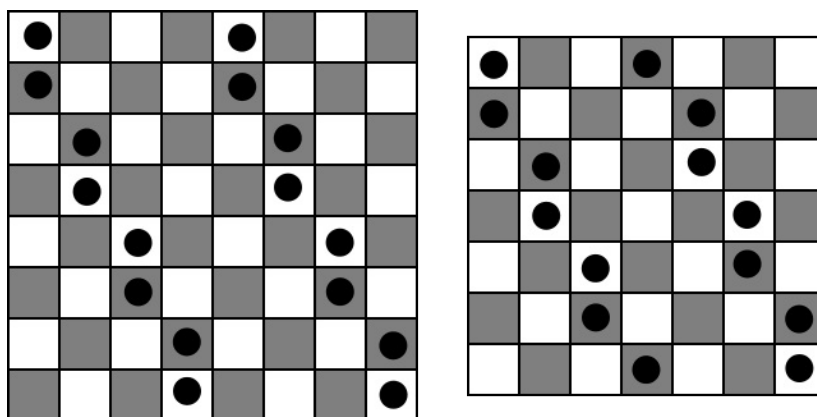
### 30. Sequenza

La risposta corretta – almeno per quello che mi riguarda! – è 56. Scrivete una a fianco all'altra le potenze successive di tre. 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561,... diventa così 139278124372921876561... Prendendo due cifre per volta si ottiene la sequenza mostrata nel problema. ➔

### 40. La lettera mancante

La lettera successiva è S. Quelle lettere sono infatti le iniziali delle parole della frase che descrive il problema stesso... ➔

### 50. Mai più di due



Nei disegni qui sopra sono mostrate le due disposizioni per scacchiere di lato 7 e 8: gli altri lati hanno una costruzione simile. ➔

### 60. Codice

Il codice si completa con D1. Le lettere corrispondono infatti alle iniziali dei nomi dei mesi, e i numeri al numero di mesi con quella iniziale. Quindi A2 perché ci sono aprile e agosto, F1 perché c'è febbraio, e così via. Manca dicembre, che è l'unico

mese che inizia con la d. ➔

## 70. In triplice copia

Ecco alcuni modi diversi per farlo: alcuni mi sono stati forniti da un anonimo lettore che si firma gnugnu.

$33-3$ ;  $33+3$ ;  $3!\times 3!-3!$   
 $4!+4+\sqrt{4}$ ;  $(4!+\sqrt{4})!/4!$ ;  $(4!/4)!/4!$   
 $5\times 5+5$   
 $6\times 6-6$   
 $9\times\sqrt{9}+\sqrt{9}$ ;  $(\sqrt{9})!\times(\sqrt{9})!-(\sqrt{9})!$ ;  $9,(9)\times\sqrt{9}$

Nell'ultima espressione, la parte tra parentesi tonde indica il periodo di una frazione periodica. Ah: naturalmente poi c'è anche l'espressione XXX con i numeri romani! ➔

## 80. Contare sulle dita

Se si esclude il primo conteggio, a ogni giro Cecilia aggiungerà 11 al suo totale (dodici falangi meno quella di partenza). Quindi si toccherebbe la falange del mignolo nei multipli pari di 11 e quella dell'indice nei multipli dispari di 11, come per l'appunto 2013. Però nel primo conteggio si usa un numero in più, quindi in realtà il 2013 corrisponderà alla falangina dell'indice. ➔

## 90. Parole parole parole

Tutte le parole hanno al loro interno tre lettere consecutive che sono tali anche nell'alfabeto italiano: cHILogrammo - fILMato - galvaNOPlastica - inDEFesso - scoSTUmato - supeRSTizioso - unghie. Altre parole con questa caratteristica sono EBCDIC (che però è una sigla), eCDEmico, giMNOSperma, paleTUViere. ➔

## 100. Ancora una successione

Le date della successione sono quelle la somma delle cui cifre è 6. Pertanto il termine successivo è 2103 (e quello precedente, per la cronaca, 1500). ➡